MANUALE PRATICO

PER LA COSTRUZIONE

DEGLI

OROLOGI SOLARI A TEMPO DI ROMA

SOPRA PIANI VERTICALI DECLINANTI

CON METODO GRAFICO E TRIGONOMETRICO

DELL' INGEGNERE

GIACOMO FRASSI

MILANO

Tip. degli Impiegati, di Angelo Nappi

Corso Porta Romana N. 12

1870

PREFAZIONE

È da poco tempo che la maggior parte delle nazioni civilizzate, trovandosi provveduta di estese reti di strade ferrate, ha adottato di regolare tutti i proprii orologi sul tempo medio o della rispettiva capitale o di altra località la cui posizione geografica sia allo scopo più opportuna, essendosi ciò riconosciuto indispensabile per la regolarità del servizio ferroviario: credo quindi ottima cosa che anche gli orologi solari siano delineati in modo da poter indicare un tempo diverso da quello del luogo in cui si trovano costrutti.

Non constandomi che finora siasi qualcheduno occupato di una tale circostanza, ho stimato conveniente di richiamare in evidenza come si possa in una località qualunque del nostro globo costruire degli orologi solari che segnino il tempo di altra località diversa; ed approfittando dell'occasione per esporre alcuni studi da me fatti a diverse riprese sulla materia, ho cercato di raccogliere il miglior materiale sparso nei diversi scritti di gnomonica, onde formarne un *Manuale* puramente pratico che riesca di facile guida nella costruzione degli orologi solari con sufficiente esattezza, senza il bisogno di estese cognizioni astronomiche e trigonometriche.

Non dovrebbe d'altronde sembrar cosa inopportuna l'occuparsi di orologi solari in questi giorni in cui sono tanto diffusi e perfezionati gli orologi comuni, giacchè, nè le attuali macchine misuratrici del tempo anche le più per-

fette vanno immuni dal pericolo di qualche avaria, se non fosse altro per l'imperizia di chi le maneggia, nè le stazioni telegrafiche e ferroviarie, che possono offrire un mezzo abbastanza sicuro di registrare gli orologi, sono così numerose ed opportunamente sparse da provvedere sufficientemente al bisogno. Si dirà che alla campagna, ed in generale dove non vi è gran movimento d'affari, torna affatto inutile una soverchia precisione nella misura del tempo, e che tanta gente fa abbastanza bene i suoi interessi anche senza orologi di sorta alcuna. Ciò è più che vero e sta bene finchè si tratta di persone, o che lavorano la campagna, o che hanno i loro interessi entro piccol cerchia limitati; ma per chi deve approfittare delle ferrovie, bastano pochi minuti di ritardo nell'orologio per subire della noia sempre, molte volte delle spese, e qualche volta anche un dissesto finanziario. Eppoi, chi è avvezzo ad abitare nei grandi centri ed a sbocconcellare con parsimonia il tempo, anche quando si trova in luogo solitario e nell'ozio, mal s'adatta al viver patriarcale, e lo vediamo torturare in mille modi i raggi del sole per avere un mezzo di tenere il più possibilmente a segno il proprio orologio.

Non è egli vero che, dovunque noi ci troviamo, ci serviam sempre di un altro orologio per registrare il nostro? E quest'altro orologio non viene anch'egli registrato sopra un altro ancora, e così via di seguito? Ma questo tempo che gli orologi vanno dall'uno all'altro trasmettendosi, non son già essi che lo creano, e, sia pur lunga finchè si vuole la serie di queste trasmissioni, noi vi troveremo sempre in fine un regolatore fisso, invariabile, universale, certo, che è il Sole: ottima cosa sarebbe quindi il poter direttamente approfittare di questo mezzo.

Nè sarà ragionevole l'accampare la difficoltà di avere dei buoni orologi solari, poichè, mentre anticamente la loro costruzione era quasi avvolta in un velo misterioso, ora invece, colla diffusione degli studii trigonometrici, essa è divenuta alla portata di molti, con breve tempo che vi si spenda di studio speciale. E non solo or riesce facile questo studio, ma somministra altresì dei risultati di gran lunga superiori a quelli che si potevano ottenere anticamente. Basta leggere gli scritti di gnomonica anteriori al secolo corrente per persuadersi quanto siano imperfettamente ap-

plicabili in pratica le belle regole ivi contenute, tutte geometriche e grafiche, senza tener calcolo anche dell'imperfezione degli strumenti che erano allora troppo grossolanamente costrutti. Anche la sola disposizione del gnomone può far fede della superiorità delle attuali costruzioni gnomoniche, poichè, mentre esso negli antichi orologi solari è sempre uno stilo normale al piano dell'orologio anche per le ore oltramontane o francesi, forma questa o che richiede una straordinaria ampiezza del piano o che rende assai limitato il numero delle ore utili specialmente nella stagione estiva, nei moderni invece lo si pone sempre parallelo all'asse del mondo, avendosi così il notabil vantaggio che un sol punto della linea oraria è bastante ad individuare l'ora, e che tutte le ore di cui il piano dell'orologio è capace secondo la sua esposizione, vengono utilmente godute in qualunque stagione; l'uso perciò dello stilo normale al piano si è riservato ai soli casi in cui sia richiesta la costruzione della sola linea del mezzodì, oppure di un orologio solare all'italiana, caso quest' ultimo ormai tanto raro che non occorre nemmeno parlarne.

Prendendo dunque ad esempio lo Stato nostro, accennerò come deve esser costrutto un orologio solare, affinchè, in qualunque luogo esso si trovi, riesca spedito il servirsene per registrare a tempo medio di Roma un orologio comune.

Si può costruire l'orologio solare direttamente a tempo di Roma, spostando opportunamente tutte le linee orarie, ed applicando a suo luogo la curva del tempo medio, la quale verrà colorita a due diverse tinte, per esempio in rosso pella tratta che corrisponde dal solstizio jemale al solstizio estivo, ed in nero per quella che corre dal solstizio estivo a quello jemale, ponendo in apposito spazio del quadro l'avvertenza che si dovrà usare della porzione di curva in color rosso pella stagione compresa fra il 21 Dicembre ed il 21 Giugno e di quella in nero pella stagione compresa fra il 21 Giugno ed il 21 Dicembre: oppure scrivendo i nomi dei mesi lungo le relative porzioni di curva, se lo sviluppo della medesima lo permette. Oppure si può costruire l'orologio a tempo vero del luogo senza applicarvi la curva del tempo medio, e disporvi a fianco dipinta una tabella in cui si trovino indicate o giorno per giorno od anche saltuariamente le quantità di minuti da levare o da aggiun-

gere al tempo vero del luogo per avere il medio di Roma: la qual tabella sarà variabile secondo la longitudine dei luoghi in cui l'orologio si costruisce, e non sarà altro che un'opportuna combinazione dell'equazione del tempo colla quantità costante proveniente dalla longitudine geografica del luogo dell'orologio rispettivamente al meridiano di Roma, come è quella contenuta nella Tavola C, servibile per i luoghi posti sul meridiano di Milano. Considerata però la difficoltà per un gran numero di persone, di saper giustamente servirsi di una curva del tempo medio, per quanto essa sia fatta con chiarezza e sussidiata da ripieghi, io riterrei che, per orologi solari di un uso veramente popolare, sia di gran lunga migliore il secondo mezzo della tabella, tanto più che coll'impiego del gnomone parallelo all'asse del mondo, bastando per l'orologio una larghezza del piano estremamente limitata (ciò almeno per la costruzione trigonometrica), resta disponibile lateralmento uno spazio bastevole per la tabella. Anzi, se le sole linee orarie bastano all'uopo senza occuparsi punto di linee diurne, come nella generalità dei casi, si può allora facilmente in varj modi anche con certa simmetria comprendere la tabella e le linee orarie in un medesimo quadro, segnando queste sopra un'orizzontale che non sia al disotto del posto che occuperebbe la linea del solstizio jemale, oppure anche sopra questa medesima linea del solstizio jemale, riservando lo spazio sottostante per disporvi in opportuni scomparti la tabella suaccennata. Anche gli orologi solari già esistenti, quando fossero riconosciuti di una sufficiente esattezza, dovrebbero ormai essi pure venir provvisti di una simile tabella affinchè riescano facilmente servibili allo scopo.

Di un orologio solare della prima specie, cioè avente le linee orarie a tempo vero di Roma e provveduto della curva del tempo medio sulla linea del mezzodì, non conoscendo che finora se ne trovasse alcuno, ne sperimentai la costruzione nella corte della casa in Milano, Corso Porta Nuova N. 9, e Via Montebello N. 27, ed ebbi a persuadermi che l'esito ha corrisposto allo scopo.

Ridotto così un orologio solare alla portata dei tempi ed abbastanza semplice, specialmente costruendolo colla relativa tabella, e quindi adatto all'intelligenza di chiunque appena sia capace di leggere dei numeri, esso dovrebbe

figurare tanto nei grandi che nei piccoli centri di popolazione, in tutte le stazioni ferroviarie, ed in tutte quelle località in cui l'esistenza di stabilimenti industriali richiede per la misura del tempo un termine di confronto inalterabile e sicuro a cui si possa appellarsi nei non rari casi di contestazione sulla durata del lavoro: nelle ville e nelle case dei ricchi esso dovrebbe figurare proveduto di tutte quelle altre nozioni che la gnomonica fornisce, quale oggetto di scientifico ornamento; nelle stazioni ferroviarie internazionali poi dovrebbero figurare due distinti orologi solari indicanti i due diversi tempi adottati da ciascuno degli Stati limitrofi.

Si potrebbero con ciò avere sempre e dovunque gli orologi comuni ben registrati; nè varrebbe opporre l' inconveniente dei giorni in cui non splende il sole, perchè sarebbe evidentemente fuor di ragione il rifiutare un vantaggio per l'unico motivo di non poterlo aver sempre pronto a nostra richiesta: d'altronde poi è a riflettere che un breve istante in cui il sole illumini una linea oraria è sufficiente allo scopo, e che dalle effemeridi astronomiche si rileva come, in termine medio, una buona metà dei giorni dell' anno sono sereni.

Ritenendo di aver con ciò dimostrato che, per l' aumentato numero degli orologi comuni, per la maggior precisione richiesta nella loro registrazione e per la novità portata dall'uniformità del tempo ch'essi devono segnare, sia ormai necessaria la diffusione di buoni orologi solari proveduti degli elementi di cui si è parlato, farò cenno della disposizione data al presente lavoro.

Tre sono i metodi distinti che si possono usare nella costruzione di un orologio solare: 1.° Quello grafico o geometrico, basato sulla teoria delle projezioni e dei ribaltamenti, pel quale non occorre l'impiego di conteggio alcuno. 2.° Quello trigonometrico, col quale si trovano angoli e linee sostituendo dei valori noti in formole derivate dalla trigonometria piana e sferica. 3.° Quello numerico, pel quale servono delle tavole appositamente costrutte che danno la posizione delle varie linee mediante ordinate ed ascisse e colla misura di angoli. In quanto a quest'ultimo metodo numerico è ad avvertire che, siccome occorrono tavole diverse ad ogni cambiamento di latitudine geografica, così

esso riesce applicabile per quei soli luoghi pei quali esse tavole trovansi costrutte; le quali, oltre che sono limitate a poche località, devono poi anche per ciascuna di queste essere estese a tutti i diversi gradi di declinazione che può presentare un piano. Volendo quindi rendere questo metodo di un' applicabilità generale, ognun vede quale immensa congerie di tavole abbisognerebbe onde abbracciare anche limitatamente di dieci in dieci minuti primi di grado tutte le latitudini e le declinazioni comprese fra gradi zero e novanta. Vi fu bensì chi produsse un metodo di far servire a qualunque declinazione di piano le tavole costrutte per una data latitudine, ma siccome occorrono in tal caso delle misure di angoli, così, o che questi si misurano graficamente, ed allora torna meglio servirsi del metodo tutto grafico, oppure si vogliono calcolare trigonometricamente, ed allora tanto vale servirsi del metodo tutto trigonometrico; i quali due metodi hanno il vantaggio di essere perfettamente generali nella loro applicabilità.

Abbandoneremo quindi affatto il metodo numerico per attenerci esclusivamente agli altri due, ed affinchè questo lavoro possa riescir servibile anche a coloro i quali, estranei affatto allo studio delle matematiche, pure non sprovvisti del tutto di ogni idea di geometria e dotati di una certa dose di buon senso, volessero occuparsi o per lucro o per diletto alla costruzione di un orologio solare, ho creduto conveniente di tener così diviso il metodo grafico dal trigonometrico, in modo, che nel primo non entri il benchè minimo conteggio, sia pur facile e breve, riducendo in esso ogni cosa al solo maneggio di righe, squadre, compassi, fili a piombo ed un goniometro pella misura degli angoli.

Essendo poi il presente manuale non altro, come si è già detto, che una raccolta di quanto ho potuto rintracciare di più acconcio negli scritti antichi e moderni di gnomonica, così ad ogni esposizione di regola e di formola accennerò anche donde vennero prese, per guidare chi desiderasse conoscere anche le relative dimostrazioni, le quali qui vennero dovunque omesse come non consentanee all' indole di un manuale puramente pratico il quale non è punto un trattato di gnomonica; come pure, per lo stesso motivo, venne omessa ogni definizione, dovendosi supporre che chi usa del manuale ne sia già altrimenti edotto. Ho poi ag-

giunto alcune formole trigonometriche ricavate dalla costruzione geometrica, servibili a controllare in diversi modi la posizione di alcune rette più importanti che entrano nella costruzione dell' orologio, e degli esempi numerici relativi all'impiego delle formole trigonometriche, desunti per la maggior parte da costruzioni già eseguite; non che qualche tabella serviente a mettere in evidenza l'ordinamento da darsi al lavoro di calcolazione, affinchè riesca più chiaro, meno faticoso, e sia più facile il rintracciare e correggere gli errori che per avventura vi fossero incorsi. Aggiunsi anche per ultimo alcune osservazioni pratiche e suggerimenti emersi da effettive costruzioni, e la descrizione di due semplicissimi stromenti che trovai assai comodi all' atto pratico, cioè di uno stilo mobile per trovare la declinazione dei piani, e di una specie di squadra solida che somministra la posizione di un punto nello spazio, servibile pel collocamento del gnomone parallelo all'asse del mondo.

Si potrà anche, secondo le circostanze, adottare un metodo di costruzione misto, cioè parte geometrico e parte trigonometrico; o per lo meno sarà cosa utilissima, dopo trovati trigonometricamente tutti gli elementi occorrenti per l'effettivo tracciamento in luogo dell'orologio, eseguirne prima un disegno in scala più piccola, di una metà per esempio per le piccole dimensioni e di un quarto per le grandi, sopra tavola con carta distesa a perfetta regola d' arte, onde poi farvi anche la costruzione geometrica a controlleria della prima. Tale disegno sarà anche opportunissimo o quasi necessario per studiare comodamente al tavolo una conveniente disposizione da darsi alle linee ed a tutto quanto si vuol comprendere nel piano dell' orologio, affinchè il complesso di ogni cosa riesca meglio ordinato e sia più spedito l'effettivo tracciamento in luogo, come pure sarà utile per predisporre i punti nei quali dovranno essere assicurati nel muro i ferri di sostegno del gnomone, affinchè tali punti non riescano poi a disturbare ed a sconciare linee e segni.

Per mantenermi nei confini di quanto può più comunemente occorrere, ho creduto bene di limitarmi ai soli piani verticali aventi una declinazione minore di gradi 90, perchè, orologi solari aventi un' esposizione diversa dall' accennata

o sono poco servibili o sono assai rari. Infatti, un piano che arriva ai gradi 90 di declinaziono incomiucia a non contenere più la linea del mezzodì ed a segnare o le sole oro antimeridiane o le sole pomeridiane, a seconda che la sua declinazione è orientale od occidentale. Un piano esposto a perfetto mezzodì, trattandosi di fabbricati in condizioni ordinarie, sarebbe una pura accidentalità di trovarlo, e, qualora lo si volesse appositamente costruire, lo studio che si richiederebbe per la sua costruziono non sarebbe punto compensato dal vantaggio di avere un orologio esposto a perfetto mezzodì; tornerebbe quindi assai più conveniente costruire il piano cho si avvicinasse il meglio che si può alla voluta esposizione, per tener poi conto di quella poca declinazione che ne verrebbe a risultare: ad ogni modo, veduta la costruzione di un orologio declinante, è presto fatto il dedurne quella di uno perfettamente meridionale per pura analogia, essendo questo il più semplice dei casi pei piani verticali. Del piano settentrionalo non torna pur conto di parlare, perchè non conterrebbe che qualche ora della mattina e della sera, limitatamente anche soltanto ad alcune stagioni. In quanto all' uso dei piani orizzontali, esso trovasi limitato al tracciamento della sola linea meridiana sul pavimento di qualche tempio od altro grandioso edificio, dove non si può servirsene che alla distanza di pochi passi al più; e finalmente pei piani inclinati all' orizzonte, il caso ne è raro ancor più che non lo sia pegli orizzontali.

Coloro poi che dovessero mettere in pratica dei casi non comuni, potranno consultare i diversi scritti di gnomonica, dei migliori dei quali, fra quelli da me esaminati, veggasi in fine un elenco nella Tavola *K*, e specialmente dai più antichi dei medesimi si apprenderà come si possono costruire orologi solari sopra ogni sorta di superficie concave, convesse, cilindriche, coniche e miste, non che sopra oggetti portatili di varie forme ed a diversi sistemi di riflessione; cose tutte le quali, mentre in complesso eccedono il limite della comodità, toccano talvolta fin anche quello del ridicolo. Farò osservare però che il Follador, fra quelli che hanno trattata più completamente la materia, è il solo finora, ch'io mi sappia, che ha usato un metodo affatto trigonometrico.

Premetterò infine poche avvertenze necessarie per la più chiara intelligenza di alcune espressioni che occorrono sovente. Non concordando fra loro quelli che scrissero di gnomonica sopra un uso distinto delle parole *stilo* o *gnomone*, noi riserveremo il nome di *stilo* per indicare una retta immaginaria normale al piano dell'orologio, la cui estremità nello spazio, se fosse materiale, è quella che colla sua ombra segnerebbe i punti orarii sul piano; e siccome in pratica occorre un istromento qualsiasi per determinare materialmente nello spazio quest'estremità dello stilo, che si fa consistere per lo più in un foro anzichè nella punta opaca di un'asta, così, per semplificazione di linguaggio, noi chiameremo col nome di stilo anche l'istromento che serve a questo scopo. Useremo il nome di *gnomone* per indicare un'asta sempre effettiva avente un estremo sul piano dell'orologio nel centro delle linee orarie, e l'altro che coincida coll'estremità nello spazio dello stilo, colla quale disposizione esso gnomone riesce parallelo all'asse del mondo ossia all'asse di rotazione della terra, e projetta un'ombra tale che coincide sempre per tutta la sua lunghezza colle linee orarie. Chiameremo col nome di *piede dello stilo* il punto in cui esso incontra il piano dell'orologio. Per indicare la distanza fra il punto in cui lo stilo incontra il piano dell'orologio e la sua estremità nello spazio, useremo sempre l'espressione *altezza dello stilo*; per indicare la distanza fra i due punti estremi del gnomone, cioè fra il centro delle linee orarie ed il suo estremo nello spazio coincidente coll'estremità dello stilo, useremo sempre l'espressione *lunghezza del gnomone*. Riserveremo l'uso dello stilo per le osservazioni tendenti a trovare la linea meridiana o la declinazione del piano, ed il gnomone per l'uso effettivo dell'orologio solare. Si ammetterà che chi intraprende la costruzione di un orologio solare anche col puro metodo grafico, sia edotto dei termini tecnici geometrici e conosca anche le prime nozioni di gnomonica. Si richiama però alla memoria, come cosa essenzialissima a ritenersi, che per *declinazione di un piano* s'intende non già l'angolo che esso piano fa con quello del meridiano locale, ma bensì il suo complemento, cioè l'angolo che il piano dell'orologio fa con un piano esposto a perfetto mezzodì, ossia con un piano perpendicolare al meridiano.

PARTE PRIMA

Metodo geometrico o grafico

CAPITOLO I.

Della predisposizione del piano

Il trovare una superficie sufficientemente piana e verticale atta a costruirvi un buon orologio solare è cosa più difficile di quanto possa sembrare in apparenza a chi non prova il caso pratico, e sarebbe lavoro e tempo sprecato tutta la costruzione dell'orologio, se non si pensasse prima a ben disporre il piano. Limitandoci alle pareti dei fabbricati in muratura, come più comunemente occorre, siano pur anche queste pareti di costruzione affatto nuova, è caso raro il trovare un mezzo metro superficiale di muro che sia perfettamente piano, quantunque all'aspetto ciò non sembri, e per convincersene basterebbe guardare la fronte di un muro quando è illuminata dai raggi del sole in direziono molto obliqua al piano della stessa. Nè molto vi sarà a fidarsi delle stagge e dei piombini dei lavoranti muratori; per cui sarà meglio, a risparmio di tempo e di disturbi, che chi s'accinge alla costruzione di un orologio solare, incominci a sorvegliare egli stesso la preparazione del piano, consistente nell'ap-

plicare al muro una superficie di rabboccatura e stabilitura nuova al posto di quella vecchia che deve esser levata. Per ottenere più speditamente lo scopo, credo che il miglior procedimento sia il seguente:

Dopo di aver segnato sulla parete il formato del quadro e scoperti a nudo i mattoni entro i limiti stabiliti, si disponga alquanto al disopra del margine superiore del quadro un filo di ferro ben teso, e perciò assicurato a due robusti chiodi in modo cho esso disti di circa cinque centimetri dal muro vecchio, e che sia presso a poco al medesimo parallelo. Se, per modificaro alquanto l'esposizione del muro o per altre circostanze, si volesse che il nuovo piano non fosse già parallelo alla rimanente parete, ma che facesse colla stessa un angolo qualunque, però entro piccoli limiti, non si avrebbo che a dare al filo di ferro quella direzione che si desidera di dare al nuovo piano, poichè questo dovrà sempre risultare parallolo al piano verticale che comprende il filo stesso. Mediante un anello molto oblungo si sospenda al filo di ferro un filo a piombo sottile e forte con piombino piuttosto pesante e di lunghezza tale che sorpassi il limite inferiore del quadro. Si faccia costruire una fascia di stabilitura larga cinque centimetri circa lungo tutto il limite superiore del quadro, ed un' altra simile lungo il limite inferiore, di materia che indurisca alquanto presto; poi facendo scorrero il filo a piombo a piccole riprese, ed esplorando la superficie delle due fasce, si riducano ad essere in ogni loro punto equidistanti dal filo a piombo. Ed ora, purchè il lavorante muratore non alteri menomamente la superficie delle duo fasce, si lasci pure in di lui balìa il compimento del lavoro; finito il quale, si dovrà nuovamente esplorare più punti che si può dell' intero piano, che dovrà sempre distare dal filo a piombo tanto quanto ne distano lo due fasce, ciò che rare volte potrà accadero senza togliere od aggiungere materia in diverse località: meglio ancora, oltre l'uso del filo a piombo, si esplori il piano anche con una riga che sia lunga almeno quanto le diagonali del quadro, e se quosto è molto alto da non poter avere una riga sufficientemente lunga, si faccia costruire una terza fascia a metà altezza, in modo che la riga poggi sempre sopra due di dette fasce. È quasi inutile avvertire cho le dette fasce, principalmente se è entrato

del gosso nella loro composizione, quando è asciutto il piano si devono levare e riempierne lo spazio con materia di eguale composizione del rimanente; e ciò per togliere il pericolo che le tinte da applicarsi al piano del quadro non abbiano a prendere col tempo un diverso grado di colore là dove si trovano le fasce. Si avverte per ultimo che il piano del quadro dovrà sporgere di qualche centimetro sul circostante muro, per il libero maneggio delle righe e del filo a piombo, il quale dovrà essere provveduto di piombino cilindrico di piccol diametro, pesante e quindi piuttosto lungo, e dovrà pescare entro una vaschetta ripiena d'acqua, che si potrà opportunamente far scorrere rasente il muro, e ciò per difenderlo dai movimenti d'oscillazione che vi possono venir impressi da ogni lieve soffio d'aria, e per ottenerne più prontamente l'immobilità.

La necessità di una buona preparazione del piano è richiesta non tanto per l' uso dell'orologio, ma specialmente per le operazioni che servono a trovare la declinazione; e non dovranno sembrare eccessivamente rigorose le suggerite cautele, perchè ciò che qui venne esposto s' intende che debba servire anche nella costruzione trigonometrica, colla quale naturalmente si desidera impiegare maggior precisione per non fare inutile spreco di molto maggior lavoro.

CAPITOLO II.

Della latitudine geografica

Il determinare a rigore la latitudine geografica di un luogo sarebbe lavoro affatto astronomico, ma siccome una differenza di qualche minuto primo di grado in più od in meno non rende sensibilmente inesatto un orologio solare comune così, basterà misurare la latitudine del luogo sulle carte topografiche, desumendola dal confronto con luoghi circonvicini la cui latitudine sia conosciuta. Il Follador ammetterebbe una tolleranza di 10 minuti primi di grado, ma io la ritengo veramente eccessiva. D' altronde, ogni minuto primo di latitudine rappresenta un miglio geografico italiano (fatta astrazione dello schiacciamento terrestre),

e non è quindi tanto difficile il conseguire una convoniente approssimazione. Prima però di affidarsi ciecamente ad una carta topografica, sarà bene esperimentarne fino ad un certo limite l' esattezza, verificando sulla medesima la posizione di qualche località importante la cui latitudine sia stata astronomicamente doterminata, dello quali località veggasi in fino la Tavola *II*.

In un annuario statistico del Correnti dell'anno 1857-58 si trova un elenco di carte topografiche del nostro Stato, le quali per la loro esattezza si potrebbero assai vantaggiosamente consultare all' uopo. Esse sono lo seguonti:

Carta topografica degli Stati Sardi, costrutta sopra i materiali trigonometrici, lovate e ricognizioni raccolte ed eseguite dagli Ufficiali del Corpo Reale dello Stato Maggiore. Torino. Scala al 50,000 del vero. Fogli 91.

Carta topografica del Lombardo-Veneto costrutta sopra misure astronomiche ed incisa a Milano nell' Istituto Geografico Militare dell' I. R. Stato Maggiore Austriaco. 1833. Scala all'86,400 del vero. Fogli 42.

Carta topografica dei Ducati di Parma, Piacenza e Guastalla, levata dietro misure trigonometriche negli anni 1821-22 sotto il governo di S. M. l' Arciduchessa Maria Luigia, disegnata ed incisa nell' Istituto Geografico come sopra, pubblicata nel 1828. Scala all' 86,400 del vero. Fogli 9.

Carta topografica del Ducato di Modena, levata dietro misure trigonometriche alla scala di 1 a 28,800 per ordine di S. A. R. Francosco IV. d'Austria, Duca di Modena, ecc., dal Rogio Ducal Corpo del Genio Militare Estonso. Ridotta alla scala di 86,400 nell' I. R. Istituto Geografico militare di Vienna. 1842. Fogli 8.

Carta topegrafica dello Stato Pontificio e Granducato di Toscana, costrutta sopra misure astronomiche-trigonometriche ed incisa sopra pietra a Vienna nell' I. R. Istituto come sopra. Pubblicata nel 1851. Scala all'86,400. Fogli 49.

Carta del Regno di Napoli. Dell' Ufficio Topografico di Napoli. Scala dell'86,400. Essendo questa ancora in corso di pubblicazione qnando venne edito l' Annuario, si suggerisce nel medesimo di sostituire dove essa manca, però con minor vantaggio, la seguente.

Atlante geografico del Regno di Napoli, delineato per ordine di Ferdinando IV. Re delle due Sicilie, da Giovanni Antonio Rizzi-Zannoni geografo di S. M. Napoli 1808. Scala al 115,647. Fogli 31.

E quanto si è detto quì pella latitudine, serva anche pella Parte II, dove si espone il metodo trigonometrico.

CAPITOLO III.

Della declinazione del piano

La poca applicabilità in pratica di un metodo tutto geometrico o grafico per costruire un orologio solare consiste, non tanto nella costruzione delle linee orarie, quanto nel trovare la declinazione del piano, e con qualche semplicissima formola trigonometrica che si applicasse a questo uso, potrebbe il resto ottenersi con discreta approssimazione anche colla costruzione grafica, potendo per lo meno riescir precisa la linea del mezzodì, la quale non implica altra costruzione oltre il tracciamento di una linea a piombo. Noi però, fedeli a quanto abbiam promesso, di rendere cioè il metodo grafico affatto indipendente dal trigonometrico, esporremo i modi di trovare la declinazione del piano con mezzi che non richieggono calcolazione di sorta, lasciando all' avvedutezza dell'operante il supplire alla minore attendibilità di questi mezzi in confronto dei trigonometrici, coll' impiegare la maggior possibile precisione nelle operazioni.

Per trovare la declinazione del piano occorre il più delle volte di trovar prima la direzione del meridiano che passa pel luogo in cui si costruisce l' orologio solare, e le molte costruzioni geometriche suggerite a tal uopo, specialmente negli antichi trattati di gnomonica, per quanto siano buone in teoria, mal riescono in pratica, o per la loro soverchia complicazione, o perchè richieggono cognizioni non presumibili in chi imprende la costruzione di un orologio solare

col puro metodo grafico. Quindi, fra i diversi mezzi di trovare la declinazione del piano, di cui ho potuto aver cognizione, ne scelgo tre che possono adattarsi alla comune intelligenza e che riescono fra di loro perfettamente indipendenti: essi sono: 1.° quello *dei circoli nel piano orizzontale*, chiamato anche il *metodo delle altezze corrispondenti*, che trovasi menzionato in tutti gli scritti di gnomonica; 2.° quello *della stella polare*, menzionato da molti, nè mai praticamente sviluppato; 3.° quello *di segnare sul piano verticale tre punti d' ombra in tre ore differenti qualsiansi di un medesimo giorno*, cui tolgo dalla Gnomonica del professor Giuseppe Sacchi.

I. *Metodo delle altezze corrispondenti*, ossia dei circoli nel piano orizzontale. Si appresti una tavoletta quadrilunga di legno o meglio di pietra, la quale sia ben levigata e perfettamente piana, il cui lato minore sia circa la metà dell' altro (Tavola I.ª fig. 1, nella dimensione di un quarto). Si appresti pure uno stilo da applicare alla detta tavoletta e consistente per esempio in un pezzo di lastra di ferro piegata come si vede nella Tavola I.ª fig. 2 in grandezza naturale, in modo che la faccia *cd* sia perfettamente piana al disotto affinchè combaci a dovere colla tavoletta, la faccia *bc* ad angolo retto colla prima, e la faccia *ba* determini colla *cd* un angolo approssimativamente eguale a quello della latitudine del luogo (ossia di circa un retto e mezzo colla *bc* per le nostre latitudini); il tutto di conveniente spessore affinchè non si alteri la projezione del centro del foro *a*, e si mantenga stabilmente al posto in cui verrà collocato sulla tavoletta senza bisogno di fissarvelo con viti. Il foro *a* potrà essere di circa un millimetro, e verrà praticata una svasatura intorno al medesimo affinchè lo spessore della lastra non impedisca il libero passaggio del raggio di luce. Il foro *d* si potrà tenere anche di un centimetro e più, per potervi determinare comodamente la projezione del centro del foro *a*, o col fissarvi due fili in croce, o coll'applicarvi un vetro, e per potere dal medesimo vedere al disotto un punto corrispondente sulla tavoletta. La distanza *ad* dovrà essere, per le nostre latitudini, di circa un quinto del lato minore della tavoletta, affinchè il tutto sia servibile anche nella stagione jemale in cui le ombre nel piano orizzontale sono più lunghe. Posto lo stilo così costrutto sopra un piano

orizzontale, facendo passare un sottil filo a piombo pel foro a, si fissi stabilmente la projezione del medesimo entro lo spazio del foro d, o col muovere i fili, o col marcare il punto sul vetro. Si segnino quindi sulla tavoletta alcuni semicircoli concentrici aventi il diametro sul lato maggiore della medesima, i quali per comodità verranno numerizzati; la si disponga in un piano orizzontale col lato maggiore rivolto approssimativamente verso mezzodì, e vi si applichi lo stilo in modo, che il punto segnato entro il foro d, cioè la projezione del centro del foro a, coincida col centro dei semicircoli. Un tre ore circa prima di mezzodì s' incominci a segnare il punto in cui il centro dello spettro solare passante per a incontra qualcuno dei semicircoli, per esempio in e; indi, accorciandosi sempre più l'ombra portata dallo stilo, si segni qualche altro punto analogo, e siano e', e''. Dopo mezzogiorno, ritornando ad allungarsi l'ombra portata dallo stilo, si seguino i punti f'',f',f, in cui lo spettro solare attraversa i circoli sui quali vennero già segnati i punti analoghi nella mattina; si conducano le rette $e''f''$, $e'f'$, ef, le quali dividansi per metà nei punti g'', g', g; congiungasi il punto d, centro dei semicircoli, col punto g, e la retta dg sarà la linea meridiana, la quale dovrà passare anche pei punti g', g''.

Il giorno appresso, dopo essersi accertati che la tavoletta non venne menomamente smossa dalla sua posizione che aveva il giorno precedente, si conduca sul piano verticale predisposto per l'orologio una porzione di retta orizzontale xy (Tavola I.ª fig. 3); si fissi su detta retta un punto qualunque d e si applichi al detto punto un altro stilo del genere di quello già descritto, ma la cui distanza fra i punti a e d sia molto maggiore di quella del primo, cioè di circa 20 centimetri per la stagione estiva e di 30 per la jemale. Si attenda il momento in cui il centro dello spettro solare si trova sulla linea meridiana della tavoletta orizzontale, e nel medesimo istante si segni sul muro il punto in cui cade il centro dello spettro solare dello stilo applicato al medesimo, e sia questo il punto e. Si faccia passare pel punto e una verticale (che sarà la linea meridiana corrispondente all' altezza dello stilo applicato al muro) fino ad incontrare nel punto g l' orizzontale xy; dal punto d, in cui venne applicato lo stilo, s'innalzi una verticale da

di lunghezza eguale all' altezza dello stilo impiegato (veggasi nella Prefazione cosa s'intende per *altezza dello stilo*), si conduca la ag, e l'angolo dag sarà la declinazione del piano, la quale sarà orientale se la g e cade ad oriente, ossia a destra del punto d come nella proposta figura, ed occidentale nel caso opposto.

L'esposto metodo però suppone che, nell' intervallo fra un' osservazione antimeridiana e la sua corrispondente pomeridiana sul medesimo semicircolo, il Sole abbia descritto un arco parallelo all' Equatore, e che la sua distanza dal medesimo, che si chiama *declinazione del Sole*, sia rimasta sensibilmente la stessa. Ora, ciò non avviene se non nei solstizj, ed in ogni altro istante dell' anno la declinazione del Sole varia più o meno d'ora in ora, finchè nel tempo degli equinozj essa arriva fino ad un minuto primo di grado ogni ora. Da ciò ne consegue che, durante quasi tutto l'anno, allorchè l'ombra nell'osservazione pomeridiana ha la stessa lunghezza che aveva in quella antimeridiana, che è quanto dire allorchè lo spettro solare ritorna ad attraversare la stessa semicirconferenza che aveva attraversata la mattina, il Sole è bensì alla medesima altezza sopra l'orizzonte, ma non è ad eguale distanza dal meridiano; quindi la retta dg, che divide per metà le corde ef ecc, non rappresenterà la vera meridiana se non nei tempi dei solstizj. Bisognerà dunque anticipare o ritardare l'osservazione pomeridiana di una certa quantità, per cogliere il momento in cui il Sole è distante dal meridiano tanto quanto lo era la mattina. Nella Gnomonica del Professor Giuseppe Sacchi trovasi appunto una tabella, che qui trascrivo, nella quale si trova di quanto in ogni stagione si deve anticipare o ritardare l'osservazione pomeridiana onde ottenere la linea meridiana colla più scrupolosa esattezza. Tale tabella, sebbene calcolata per la latitudine di 45° e nell' ipotesi che l'intervallo fra le determinazioni dei punti e ed f sia di quattro ore, può servire anche quando il suddetto intervallo arrivi fino a sette ore e per latitudini comprese fra 42° e 48°; e sebbene indichi il numero dei secondi soltanto per ciascun primo giorno del mese, pure esso numero di secondi si può ritenere costante per tutto il mese, oppure determinarlo per gli altri giorni mediante una semplice proporzione.

Tabella delle anticipazioni e posticipazioni
da applicare all' osservazione pomeridiana

L' osservazione pomeridiana deve essere anticipata il

Primo	Gennaio	di minuti	secondi	9
»	Febbraio	»	»	29
»	Marzo	»	»	36
»	Aprile	»	»	31
»	Maggio	»	»	19
»	Giugno	»	»	6

Deve essere posticipata il

Primo	Luglio	di minuti	secondi	4
»	Agosto	»	»	15
»	Settembre	»	»	32
»	Ottobre	»	»	36
»	Novembre	»	»	30
»	Dicembre	»	»	15

Una tabella affatto identica alla presente trovasi pure sulla Gnomonica del Mollet per la latitudine di Lione.

Sia per esempio il 1.° Ottobre il giorno dell' osservazione. Dopo segnato il punto d' ombra antimeridiano, si attenda che lo spettro solare ritorni ad incontrare lo stesso circolo nelle ore pomeridiane, e dall' istante in cui succede l' attraversamento si lascino decorrere 36 secondi prima di segnare il punto d' ombra, e questo punto così segnato sarà quello da considerare per punto d'ombra pomeridiano. Sia invece il 1.° Marzo il giorno dell' osservazione. Dopo segnato il punto d'ombra antimeridiano *e* (Tav.ª I.ª fig. 4), si segni anche il punto *f* in cui lo spettro solare ritorna dopo mezzodì ad incontrare lo stesso circolo, e dall' istante in cui si è segnato il punto *f* si lascino decorrere 36 secondi per segnar poi il punto *f'*, si porti la distanza *ff'* dall'altra parte in *ff''*; e divisa per metà in *g* la *ef''* sarà *dg* la linea meridiana. Del resto però, quando si riflette che le quantità di tempo esposte nella tabella di cui sopra, vengono ad essere divise per metà nell' individuare la direzione della linea meridiana, e che quindi nel caso più sfavorevole, che è il tempo degli equinozj, anche trascurando l' uso della tabella si avrebbe una differenza di 18 secondi di

tempo in più od in meno nella linea meridiana, si vede che, per la costruzione di orologi solari di uso comune, si può bonissimo nei mesi di Gennaio, Maggio, Giugno, Luglio, Agosto o Dicembre non curarsi affatto della tabella, senza rinunciare perciò ad una sufficiente esattezza; e ciò tanto più nella considerazione, che sulla tavoletta orizzontale è meglio si facciano meno operazioni che è possibile, affinchè non s' incorra nel pericolo di farla smuovere, il che arrecherebbe sicuramente maggior danno che non l' aver trascurato una mezza dozzina di secondi per non aver fatto uso della tabella.

Osservazioni — Aumentando la latitudine, bisognerà diminuire l' altezza dello stilo da adoperare per la tavoletta orizzontale, oppure se si vuol conservare la medesima altezza di stilo, bisognerà aumentare la superficie della tavoletta, e reciprocamente pel caso opposto: in quanto poi all' altezza dello stilo da impiegare nel piano verticale, basta l' avvertire che in questo succede precisamente l' opposto di quanto avviene nell' orizzontale. Qualunque forma di stilo può prestarsi all' uso, bastando che vi sia una placca metallica contenente un forellino e comunque vuolsi sostenuta. In tal caso però, se si tratta del piano orizzontale, bisognerà trovare prima sul medesimo la projezione del centro del foro, e di tal punto servirsi di centro per descrivere dopo i semicircoli, con pericolo di far perdere con ciò l' orizzontalità alla tavoletta, e che la placca sia d' impedimento al maneggio del compasso. Se si tratta del piano verticale, non potendo servirsi del filo a piombo, occorrerà trovare sul medesimo la projezione del centro del foro col segnare sulla faccia del muro tre punti equidistanti dal centro stesso, da uno di questi punti condurre una retta a cadauno degli altri due, dividere queste due rette per metà, e da ciascuno di questi punti di mezzo condurre una perpendicolare alla relativa retta stessa fino ad incontrarsi, per avere così nel loro punto d' incontro la projezione cercata; il tutto con evidente pericolo che si smuova la placca dello stilo o che la medesima sia d' impedimento al maneggio della riga e della squadra. Oppure si può anche supplir meglio con due squadrette unite fra di loro lungo due cateti con una piccola scanalatura sullo spigolo d' unione, nella quale far scorrere

un' asticcina metallica, ed applicare il tutto opportunamente al muro in modo, che, dopo di aver fatto coincidere un estremo dell' asticcina col centro del foro, la si faccia scorrere a segnare coll' altro estremo sul muro la projezione che si cerca.

Quando però occorre di adoperare più di una volta di questi stili, e specialmente quando la tavoletta orizzontale fosse di pietra, o di lastre di pietra fosse il piano verticale per l' orologio, torna assai più comodo il fabbricarsene alcuno della forma presso a poco di quelli qui indicati, o per lo meno basato sullo stesso principio, avendosi così il vantaggio di rettificarlo in casa con tutta comodità e non restando poscia che di poggiarlo sulla tavoletta orizzontale o di sospenderlo al piano verticale; risparmiando così tutti i ripiegli per trovare la projezione del centro del foro, i quali per lo più, dovendosi operare in località incomode, riescono assai nojosi.

Anzi, per l' uso specialmente dei piani verticali, ho fatto fabbricare uno stilo che ho trovato opportunissimo e che consiste in ciò che segue (Tavola I.ª fig. 5, nella dimensione di una metà del vero): Il triangolo *cbe* è una specie di doppia squadra formata di regoli di ferro e tenuta verticale da un' altra squadra *fgb* applicata posteriormente, il piano della quale è tenuto ad angoli retti col piano della prima dalle due traverse *hl*, *ml*. Sul davanti si protende un' appendice *fn* normale al piano *cbe*, portante alla sua estremità il foro *d* del diametro di un centimetro e mezzo, entro il quale è assicurato un vetro. Nella parte superiore del triangolo *cbe* si protende un'altra appendice *ba* che fa un angolo di circa un retto e mezzo col piano *cbe*, portante il foro *a* del diametro di un millimetro e mezzo, intorno al qual foro nella faccia posteriore è praticata una larga svasatura. Lo spessore dei regoli *c e* ed *fg* e la faccia inferiore del pezzo *fn* si trovano in un sol piano ridotto alla massima perfezione; la distanza fra il piano inferiore del vetro contenuto nel foro *d* ed il centro del foro *a*, ossia l' altezza dello stilo, è di millimetri 250: il tutto è di regoli di ferro dello spessore di circa due millimetri e forma un sistema invariabile e robusto. Posto l' istromento sopra un piano orizzontale, facendo passare un sottil filo a piombo pel centro del foro *a*, si determini la sua projezione sul vetro

contenuto nel foro *d*, la qual projezione verrà fissata stabilmento col segnaro con vernice un punto sul vetro stesso. A diminuire gli effetti del dilatamento del motallo, l'istromento è tutto ricoperto da strisce di cartone ad eccezione della parte che devo combaciare col muro, ed il luogo in cui si fanno le osservazioni dovrà essore riparato dal Sole medianto una tenda, che non si smuoverà che nei momenti in cui si segnano dei punti d'ombra.

Per usare dell'istromento, lo si sospende con piccola catena metallica mediante un anello applicato al regolo *bg* in modo, che il piano *ceng* combaci perfettamente col muro verticale, e che il punto segnato sul vetro si sovrapponga ad un punto predisposto sul muro, scelto per piede dello stilo. L'angolo di un retto e mezzo che il piano *ba* fa col piano *cbe* fa sì, che quando l'istromento è in opera, lo spettro solare formato sul muro dal foro circolare *a*, è per le nostre latitudini, soggetto a minore deformazione nel cambiarsi in elissi, per cui riesce più facile il determinarne ad occhio il centro: parlando poi in generale, l'angolo in questione dovrà essere di un retto più il complemento della latitudine.

Si ritenga per massima che, nella maggior parto dei casi, la buona riescita di un orologio solaro diponde dall'opportunità dei mezzi impiegati a trovaro la declinazione del piano, e che per fabbricarsi a talo scopo uno stromonto di un uso facile e sicuro, non si richiedo maggior tempo nè sposa nè fatica di quello che importi l'uso di ripieghi sovra ripieghi, i quali non riescono mai a soddisfare sufficientemente l'operatore.

In quanto all'ampiezza della tavoletta orizzontale è da avvertire che, mentre l'operazione riescirebbe certamente più esatta quando si facesse in grandi proporzioni, però una tavola sia di legno sia di pietra perfettamente piana e lovigata, è altrettanto più difficile ad aversi quanto più è grande, e che le piccole ineguaglianze che vi fossero sulla sua faccia, nuocerebbero non tanto coll'alterare le lunghezze dollo ombre, quanto nello sperimentare l'orizzontalità del piano colla livelletta a bolla d'aria. La fig. 1, Tavola I.ª, rappresenta una tavoletta di centimetri 50 per 25, portante quindi uno stilo dell'altezza di centimetri 5, con che ho creduto di essermi attenuto ad una misura comoda pegli usi comuni.

Quando la tavoletta orizzontale non si può collocare abbastanza vicino al luogo dove si trova il piano disposto per l'orologio solare in modo, che un solo osservatore possa comodamente vedere l'una e l'altro, occorrerà naturalmente un secondo osservatore: siccome però un orologio solare si costruisce per lo più sopra muraglie, ed occorrono quindi delle armature in legno, così tali armature per quanto solide abbastanza da sostener le persone, non saranno con tutto ciò adatte per appostarvi la tavolotta orizzontale, in causa delle oscillazioni prodotte dalla loro elasticità. Se vi fosse pericolo che la tavoletta non potesse mantenersi invariabilmente fissa al suo posto da un giorno all'altro, si potrebbe supplire in questo modo. Si ponga la tavoletta sopra una tavola pretoriana, la quale ha anche il vantaggio di possedere i movimenti necessarj per orizzontarla facilmente, oppure si adoperi lo stesso specchio della tavola pretoriana se è sufficientemente piano; dopo trovata la linea meridiana, si applichi alla medesima lo spigolo di fiducia della diottra, ed approfittando dei traguardi o del cannocchiale, si fissino stabilmente alla maggior possibile distanza, due punti o due porzioni di linee verticali sopra muri od altri oggetti opportuni in modo che resti individuata la traccia del meridiano trovato, per poter poi levare la tavoletta. Il giorno appresso si rimetta al posto la tavola pretoriana, e mediante la diottra ed i movimenti di rotazione o di traslazione si trovi ancora sullo specchio della medesima una porzione di traccia del meridiano, alla quale applicato lo stilo, si proceda come già venne indicato: così, se il giorno dopo l'osservazione fatta per trovare la traccia del meridiano non vi fosse sole, si potrà trovare la declinazione del muro quando meglio torna comodo.

Ho creduto necessario di dilungarmi maggiormente su questo metodo dei circoli nel piano orizzontale, essendo, fra i non trigonometrici, quello che è più conosciuto e che somministra migliori risultati.

2.° *Metodo della Stella Polare.* La stella polare, non trovandosi distante che di circa due gradi dal Polo Nord, ossia dal punto in cui, l'asse di rotazione della terra prolungato, andrebbe ad incontrare la volta celeste nel nostro emisfero, indica presso a poco il Nord in qualunque istante la si osservi; e siccome tutti i meridiani passano per un

tal punto, così, potendo individuare sopra un piano qualunque la traccia di un piano verticale che passi per il Polo e per il luogo dell'orologio solare, questa traccia sarà quella del meridiano cercato. Atteso che molti conoscono la stella polare di nome senza saperla precisare fra le altre stelle, così esporrò prima come la si possa facilmente rintracciare. Bisognerà per lo meno saper distinguere la costellazione dell'*Orsa maggiore* o *Gran carro* o *Carro di Boote* (Tavola I.ª fig. 6), la quale, considerata non astronomicamente, ma come è conosciuta dal popolo, è formata complessivamente di sette stelle, quattro delle quali compongono quasi un rettangolo oblungo che sarebbe il carro, e le altre tre formano un'appendice che sarebbe il timone del carro. Questa costellazione emerge facilmente all'occhio per la sua forma singolare e spiccata, e perchè composta tutta di stelle assai grandi, meno una alquanto più piccola, e trovandosi assai vicina al Polo, quantunque abbia il moto apparente di rivoluzione insieme a tutte le altre, è facile rintracciarla anche senza avere intorno a sè un ampio orizzonte libero. Si prenda la direzione delle due stelle α e β costituenti per così dire le due ruote posteriori del carro, si scorra in linea retta nel senso α β, e la prima stella δ che s'incontra, di grandezza eguale a quelle costituenti il Gran carro è la *Polare*. Questa, forma l'estremità del timone del *Piccolo carro* od *Orsa minore*, composto di un egual numero di stelle che il Gran carro, sebbene per la maggior parte assai più piccole, e quasi disposto in senso inverso del primo. Nello scorrere coll'occhio sulla volta celeste in direzione α β, è quasi impossibile cadere in fallo nel trovare la Polare δ, giacchè essa campeggia sola in ampio spazio privo di stelle che la eguaglino in grandezza, ad eccezione di una delle ruote posteriori del Piccolo carro. È ad avvertire che un'altra stella di minor grandezza esiste più vicina al Polo che non la Polare, e nella figura trovasi indicata colla lettera ω; ma, quantunque essa debba esser visibile ad occhio nudo, pure, trovandosi assai vicina alla Polare, ne viene impedito di distinguerla abbastanza chiaramente dall'essere avvolta nella luce irradiata da quest'ultima.

Conosciuta dunque la Polare, si fissi sopra una parete un punto, che potrà venir rischiarato con un lume appli-

catovi di fianco; ad una distanza dal medesimo sufficiente da poter vedere la Polare, si sospenda un filo a piombo, al quale si possano imprimere dei movimenti di traslazione a destra ed a sinistra, e questo filo lo si muova finchè viene a coprire nell' istesso tempo la Polare ed il punto segnato sulla parete. Se ora supponiamo scomparsa la Polare, abbiamo tuttavia che il piano verticale passante pel filo a piombo e per il punto segnato sulla parete, passa pure per la Polare, e perciò un tal piano è il meridiano che passa per quel punto: altro quindi non resta, che di determinare e fissare in modo stabile sul terreno il piede ossia la traccia del filo a piombo, per poter toglierlo dal suo posto. Il successivo giorno, oppure quando si crede meglio, si sospenda ancora il filo a piombo sopra il punto fissato sul terreno, indi un altro simile a qualche distanza dallo stesso, ed in modo che il piano dei due fili comprenda anche il punto segnato sulla parete; nella direzione dei due fili, si disponga la tavolotta orizzontale, e traguardando i fili si segni sulla medesima la traccia del piano passante pei fili stessi, che è il piano del meridiano, ed applicando a quella traccia o linea meridiana uno stilo, si proceda in seguito a trovare la declinazione come si è già detto nel metodo dei circoli.

Il filo a piombo per cui si traguarda la Polare si può anche tenerlo fisso, e quindi determinare più comodamente e con maggior sicurezza la relativa traccia sul terreno prima di fare l' osservazione, indi muoversi opportunamente colla persona finchè si veda la Polare coperta dal filo, ed allora da un altro operatore far segnare in quella direzione un punto sopra una parete od altro oggetto stabile qualunque. Così pure la tavoletta sulla quale si segna la traccia del meridiano non occorre che sia orizzontale, bastando che la traccia stessa sia una retta compresa nel piano del meridiano, e che lo stilo che porta l' ombra sia pure compreso in quel piano, perchè quì non si tratta più della lunghezza delle ombre, ma soltanto della loro direzione; nel qual caso però non serve più all' uopo uno stilo costrutto sul principio che abbiamo esposto.

Abbiamo detto che la Polare è lontana circa due gradi dal Polo, e quindi, invece di essere immobile, descriverà anch'essa in 24 ore un piccolo circolo intorno ad esso;

motivo per cui, due volte sole in 24 ore essa si troverà nel piano del meridiano, alla qual circostanza noi non abbiam avuto riguardo finora. Per ottenere dunque con maggior esattezza la direzione del meridiano, bisognerà fare l' osservazione in uno dei momenti in cui la Polare si trova nel meridiano, i quali momenti disteranno fra loro lo spazio di ore dodici. Per conoscere il tempo in cui la Polare si trova al meridiano, ciò che astronomicamente si chiama *ascension retta della Polare*, occorre prenderne notizia presso qualche specola astronomica, variando esso regolarmente ogni giorno, dei quali due momenti però uno solo per lo più sarà servibile per l' osservazione, cadendo l'altro in ore diurne: oppure quando non si possa conoscere *l' ascension retta* della Polare, si potranno fare due osservazioni alla massima distanza possibile di tempo fra loro, non però maggiore di ore dodici, e dividere per metà la deviazione trovata, con che si avrà un risultato che si avvicinerà tanto più al vero, quanto più il tempo che corre fra le due osservazioni si avvicinerà ad ore dodici. È chiaro che la stagione jemale è la più opportuna per un tal genere di osservazioni (*).

Il servirsi di fili a piombo in località esposte all' aria libera per operazioni così delicate torna in pratica assai incomodo, perchè facilmente si muovono a un lieve soffio d' aria, e quand' anche si usasse il ripiego di tenere il piombino immerso nell'acqua, riesce poi difficile il determinare il piede del filo a piombo; per cui tornerà meglio servirsi della diottra della tavola pretoriana appoggiandola sopra una superficie orizzontale, osservando la Polare attraverso i traguardi o meglio col cannocchiale, per poi stabilire colla stessa diottra due punti o due porzioni di linee verticali alla conveniente distanza fra loro sopra muri od altri oggetti stabili, da servire il giorno appresso per l' uso stesso che si è già detto. Se il piano destinato per l' orologio solare non ha molta declinazione, per vedere la Polare, occorre per le nostre latitudini, di portarsi ad una distanza orizzontale per lo meno eguale all' altezza verticale

(*) Sull' Annuario che si pubblica a Parigi dal *Bureau des longitudes* si trova una tabella contenente di dieci in dieci giorni l'ora del passaggio della Polare pel meridiano di Parigi, e dalla stessa si può desumere l'ora in cui la Polare si trova al meridiano di qualunque altra località. Il detto Annuario si trova vendibile in Milano presso la Libraria *Dumolard*, Corso Vittorio Emanuele.

del fabbricato cho si ha davanti a sè; ed anzi, mettendosi in posizione tale che la Polare sembri rasentare quasi il lembo superiore del fabbricato, è il miglior mezzo onde non perderla di vista, per chi non è molto avvezzo a discernerla facilmente. Ad abondanza si avverte pure che, fra il luogo in cui si deve costruire l'orologio solare, e quello in cui si fa l'osservazione por trovare la traccia del meridiano con alcuno dei due metodi suesposti, può correre anche una notevole distanza, senza che essa menomamente influisca sul buon esito del risultato; inquantoche è noto, come il Sole nel passare da un meridiano ad un altro che ne disti di un grado, cioè nel percorrere 60 miglia geografiche italiane, non impiega che quattro minuti primi di tempo (dovendo percorrere 360 gradi in 24 ore): una tal distanza quindi, pei casi ordinarj, dovrà dipeudere dall'opportunità dei luoghi per le osservazioni e dalla possibilità di trasmettere i necessarj segnali.

3.° *Metodo dei tre punti sul piano verticale.* Si scelga un punto qualunque v' sul piano verticale per piede dello stilo (Tav.ª I. fig.ª 7) e si applichi al medesimo uno stilo come negli altri due metodi suesposti. Siano l, m, n i centri dello spettro solare projettato dallo stilo in tre ore differenti non molto prossime fra di loro di un medesimo giorno, si uniscano con v' i punti l, n che sono i due più lontani da v', si conduca $v's'$ perpendicolare a $v'l$ (essendo l il punto più lontano) ed eguale all'altezza dello stilo, si prendano sulla $v'l$ le parti $v'm' = v'm$, $v'n' = v'n$, si uniscano $s'l$, $s'n'$ e si prendano sopra queste rette le porzioni $s't$, $s't'$ eguali entrambi alla distanza $s'm'$. Dai punti t e t' conducansi le rette $tu, t'u'$ perpendicolari a $v'l$, facciasi $v'd = vu'$, ed uniti i punti d, u si conducano perpendicolarmente alla du le $u\gamma = ut$, $dd' = t'u'$. Si prolunghino le rette ud, $\gamma d'$ fino ad incontrarsi in ω, si conduca per m la $m\omega$, indi per v' la $v'a$ perpendicolare ad $m\omega$ la quale $v'a$ si prolunghi indefinitamente al disopra di v'. Si conducano uxy e $v's$ perpendicolari a $v'a$ ossia parallele ad $m\omega$, si faccia $v's = v's'$ ossia eguale all'altezza dello stilo, ed $xy = tu$. Si conduca la ya, e per s si conduca sp parallela ad ya, indi dal punto s si conduca sc'' perpendicolare ad sp fino ad incontrare in c'' il prolungamento della av'. Si abbassi da c'' la verticale $c''c$, dal punto v' si innalzi una vorticale $v's''$ eguale all'altezza

dello stilo, conducasi la $s''c$, e l'angolo $v s'' c$ sarà la declinazione cercata.

Se le rette ud, $\gamma d'$ riescono fra loro parallele, si condurrà la $v'a$ perpendicolare ad ud, e siccome ciò accadrà quando si avrà $v'l = v'n$, così, quando si riconosca questa eguaglianza, basterà condurre $v'a$ perpendicolare ad una retta che congiunga i punti l ed n. Se poi le $ud, \gamma d'$ concorressero a grande distanza, per cui il loro punto di concorso cadesse fuori del piano o che s' incontrassero sotto un angolo soverchiamente acuto, per cui troppo difficile fosse il determinare il punto ω, allora si conduca per m la $\alpha m \beta$ perpendicolare ad ud, si faccia $\alpha x' = \alpha m \beta$ ed $ur' = u\gamma$, si conduca per r' la $r'r$ parallela ad $\alpha' m$, e dal punto r così ottenuto si conduca la rm, la quale passerà pure per ω senza che la sua direzione sia dipendente dallo stesso punto ω.

La $c''v'a$ è la *sostilare*, il punto p è l' incontro della sostilare coll' equinoziale, ed il punto c'' è il centro delle linee orarie; il tutto però riferibilmente all' altezza di stilo impiegata.

Per ottenere una figura che rappresentasse al naturale la posizione dei punti d' ombra, ho desunto i detti punti da una costruzione trigonometrica sulla quale vennero disegnate anche le linee diurne, e quindi il punto n si riferisce alle ore *VIII* ant., il punto m alle *X*, ed il punto l alla *I* pom. Il giorno dell'osservazione è quello dell' entrata del Sole in Vergine od in Toro, la latitudine geografica è di 44°, e la declinazione orientale del piano di 25.°

Osservazioni = La latitudine di 44.° fu scelta per la figura di cui quì si tratta, e mantenuta pure in tutte le altre per il motivo che, impiegando la latitudine nostra troppo vicina ai 45.° si verificano fra alcune rette che entrano nelle costruzioni alcune accidentalità, che, mentre sono affatto speciali per la latitudine di 45.° attesa l'eguaglianza fra quell' angolo ed il suo complemento, pure possono lasciar in dubbio l' operante, se quelle accidentalità siano regole generali anzichè speciali. Coll' eseguire sul muro una costruzione tanto complicata, non si potranno avere che risultati assai poco soddisfacenti, quindi sarà meglio procedere in questo modo. Dopo fissati sul piano i tre punti d' ombra l, m, n, si conduca pel piede v' dello stilo una verticale indefinita $s''l''$ ed un' orizzontale simile $n''l''$ e

si riferiscano i punti d'ombra mediante delle coordinate od alla verticale colle orizzontali nn''', mm'', ll'', oppure all'orizzontale mediante le verticali nn'', mm'', ll'', (a seconda che si preferisce od il maneggio del filo a piombo o della livelletta a bolla d'aria) e prendendo con diligenza le misure delle ordinate e delle ascisse, si riportino i punti d'ombra sopra carta distesa su tavola da disegno, e quivi si faccia comodamente in casa la costruzione geometrica. Che se per la mancanza di una tavola sufficientemente grande, si dovesse anche ridurre il tutto ad una dimensione più piccola del vero, si avrà nondimeno un risultato sempre migliore che non eseguendo la costruzione sul muro.

Si avverte per ultimo che, prima di accingersi ad esplorare la declinazione del piano con un metodo qualsiasi, sarà bene esplorarla approssimativamente coll'ago magnetico, il cui risultato preliminare potrà influire sulla scelta del metodo da adoperarsi, ed a stabilire a priori un dato, che impedirà di commettere alle volte qualche errore di massima.

CAPITOLO IV.

Determinare un'altezza di stilo proporzionata all'altezza del quadro da impiegarsi

Per coordinare la costruzione dell'orologio in modo, che la linea del mezzodì si trovi sulla mezzaria del piano del quadro, ed affinchè alcune linee che si devono tracciare per la costruzione delle linee orarie, restino anche linee effettive appartenenti all'orologio, diminuendo così l'ingombro di quelle che devono poi dopo esser levate come inutili, è buona cosa il cercare un'altezza di stilo che sia proporzionata a quella del piano del quadro. Questa ricerca poi sarà indispensabile quando si trattasse di descrivere le linee diurne, affinchè l'ombra più lunga portata dall'estremità dello stilo (il che succede nel solstizio d'estate) non oltrepassi, almeno sulla linea del mezzodì, il limite inferiore del quadro, e l'altezza di questo sia tutta utilmente goduta.

Ad un sesto circa dell'altezza del quadro, ed a partire dal limite superiore, si stabilisca un punto p (Tav. II fig. 1)

che sia alquanto a destra od a sinistra della mezzaria del quadro stesso, a seconda della qualità e quantità della declinazione trovata; il qual punto p per altro, se il quadro non è eccessivamente ristretto in confronto della sua altezza, e la declinazione non è eccessivamente grande, si può benissimo sceglierlo anche sulla mezzaria stessa del quadro. Pel punto p si conduca un'orizzontale indefinita, e si elevi una verticale, sulla quale si prenderà un' altezza ps arbitraria, ma che disti alquanto dal limite superiore del quadro: si faccia in s l' angolo pso eguale alla declinazione del piano, e dal punto o in cui la so interseca l'orizzontale, si prenda $of = os$. Si faccia in f l' angolo ofc eguale alla latitudine geografica del luogo, e si conduca per o una verticale la quale al disopra si prolunghi fino ad incontrare in c la fc, ed al disotto si prolunghi fino al lembo inferiore del quadro. Si conduca fe perpendicolare ad fc, indi si faccia in f un angolo efx eguale alla massima *declinazione del Sole* che è di gradi 23. 28', ed avremo così in c il *centro* dell'orologio, ed in x il punto più distante dal centro stesso sulla linea del mezzodì cx, in cui arriverà l' ombra dell' estremità dello stilo di altezza arbitraria ps; e quindi, supponendo il punto c sul lembo superiore del quadro ed il punto x sul lembo inferiore, l' altezza di stilo ps sarà quella opportuna per occupare utilmente tutta l' altezza del quadro. Ora, ritenendo ancora c sul lembo superiore del quadro, supponiamo che esso quadro sia alto cx': per avere un' altezza di stilo tale, la cui ombra più lunga arrivi fino in x', si conduca per x' una retta $x'f'$ parallela ad xf, si prolunghi cf fino ad incontrare in f' la $x'f'$, per f' si conduca un'orizzontale ad incontrare in p' il prolungamento di sp, ed avremo in sp' l' altezza di stilo cercata, cioè quella opportuna per un' altezza cx' del piano del quadro. Inoltre avremo anche in cf'' la *lunghezza del gnomone*, e prolungando la $f'p'$ fino in o', avremo in co'' la distanza verticale fra il centro dell' orologio e l' orizzontale passante pel piede dello stilo, ed in $o'p'$ la distanza orizzontale fra la linea del mezzodì ed il piede dello stilo, di cui si farà uso nella costruzione delle linee orarie.

Osservazioni = La costruzione che si è esposta basterà farla sopra carta in scala minore del vero, non occorrendo nella medesima una scrupolosa esattezza, quando per altezza

effettiva dello stilo si prenda una misura alcun poco minore di quella che si è trovata: di più poi il punto x' non lo si stabilisce mai proprio sul lembo inferiore del quadro, perchè allora non avanzerebbe spazio da segnarvi la linea del Tropico del Cancro e di mettervi altre indicazioni che occorrono. La costruzione esposta è applicabile perfettamente anche a trovare i punti d'ombra o più lontani o più vicini al centro dell'orologio, non solamente sulla linea del mezzodì, ma anche sopra qualunque altra linea oraria: siccome però ciò forma parte della regola grafica per trovare le linee diurne, che verrà in seguito esposta, così torna inutile l'occuparsene ora maggiormente.

CAPITOLO V.

Costruzione delle linee orarie

Sulla mezzaria del piano del quadro si conduca la verticale $cXII$ (Tav.ª II.ª fig. 2), che si assumerà per linea del mezzodì; si fissi il punto c centro dell'orologio alla distanza di pochi centimetri dal lembo superiore del quadro, e si faccia co eguale alla co'' antecedentemente trovata; pel punto o si conduca un'orizzontale indefinita, e si prenda sulla medesima la distanza op eguale alla $o'p'$ pure antecedentemente trovata, la quale op dovrà esser presa in senso contrario alla declinazione del piano, cioè a sinistra della linea meridiana, se la declinazione è orientale (come nella figura), ed a destra se è occidentale. Si conduca cp e la si prolunghi indefinitamente verso a, e questa sarà la *sostilare*; si elevi da p la verticale ps eguale all'altezza dello stilo, si faccia $of''=os$, si conduca $f''c$, indi la $f''e$ perpendicolare alla $f''c$, ed il punto c in cui la $f''e$ incontra la linea del mezzodì sarà il punto in cui la stessa linea del mezzodì viene intersecata dalla *equinoziale*. Si conduca da p la pf perpendicolare a cp, e si prenda su di essa $pf=ps$; si uniscano i punti c ed f e da f conducasi fv perpendicolare a cf, ed il punto v in cui la fv incontra la sostilare, sarà il punto in cui la sostilare stessa viene intersecata dall'equinoziale; per cui, conducendo la ve e prolungandola fin dove occorre, essa sarà l'equinoziale, la

quale dovrà anche riescire perpendicolare alla sostilare *cpa*. Si prenda sulla sostilare la porzione $va = vf$, e dal punto *a*, con raggio *ae*, si descriva una circonferenza; si conduca *ae*, e dal punto 12 in cui la *ae* taglia la circonferenza, si segnino sulla circonferenza stessa tante sue ventiquattresime parti da una parte e dall'altra del punto 12, quali sono i punti 11, 10, 9, 8, 7, 6 da una parte, ed i punti 1, 2 dall'altra. Si conducano per questi punti i raggi *a*6, *a*7, *a*8, ecc., e si prolunghino fino ad incontrare l'equinoziale nei punti *z*, *VII*, *VIII*, ecc., e congiungendo questi punti col centro *c*, si avranno le linee orarie, che si prolungheranno fin dove occorre. Se, per una più precisa divisione del circolo in ventiquattresime parti, lo si desiderasse ad un raggio maggiore, invece di prender per raggio *va*, si prenda $ae = ef''$, ed i raggi condotti alle sue divisioni fatte a partire dal punto *c*, determineranno egualmente, in parte da sè medesimi tagliando direttamente l'equinoziale, ed in parte coi loro prolungamenti, i punti d'intersezione sull'equinoziale per cui condurre le linee orarie.

L'esposto metodo è il più semplice e quello che somministra una maggior quantità di linee orarie, e lo si trova in qualunque scritto di gnomonica (veggasi per esempio l'Astronomia elementare del Santini); ma siccome non si possono avere tutte le linee orarie capaci di esser contenute nel piano del quadro, anche impiegando una larghezza ragguardevole del medesimo, occorrono quindi dei ripieghi per trovare qualche linea oraria di più.

A tal fine, si può supporre l'equinoziale trasportata parallelamente a sè stessa più vicino al centro dell'orologio, per avere le intersezioni della medesima colle linee orarie in uno spazio più ristretto, che è quanto dire di supporre impiegata un'altezza di stilo minore dell'effettiva; quindi sulla *cf*, che rappresenta il ribaltamento del gnomone intorno alla *cp*, ossia la sua effettiva lunghezza, si scelga un punto qualunque f' più vicino al centro *c*, si conduca la $f'v'$ parallela ad *fv*, per v' si conduca una parallela all'equinoziale, si prenda $v'a' = v'f'$ e si conduca la $a'e'$ parallela ad *ae*; indi operando sul punto a' analogamente a quanto si è già fatto pel punto *a*, e dividendo in ventiquattro parti la nuova circonferenza, si ottiene la linea oraria delle *V* antimeridiane. Similmente, avendo un piano sufficien-

temente largo, oppure supponendo un' altezza di stilo ancora minore, si potrà ottenere qualche altra linea anche nelle ore pomeridiane, ed un tale ripiego emerge naturalmente dalla costruzione stessa che si è esposta. Se poi cade nel piano del quadro il punto z in cui l' orizzontale passante pel piede dello stilo è incontrata dalla linea delle ore *VI* (od antimeridiane o pomeridiane, secondo la qualità della declinazione), allora conducendo per z una verticale ad incontrare in b la linea delle ore *VII*, e portando la zb in zb', si avrà in b' un punto per cui condurre la linea delle ore *V*, ed analogamente per quante linee orarie successive alle ore *VI* verranno tagliate dalla verticale condotta per z, si avranno altrettanti punti per cui condurre altre linee orarie antecedenti alle *VI*, come vien dimostrato in un trattato di gnomonica di *Ozanam*. Esclusivamente poi per quella porzione di orològio solare che si trova dalla parte della linea meridiana in cui non cade la sostilare (che nel nostro esempio è quella che contiene le ore pomeridiane), servono i seguenti ripieghi. Per un punto qualunque m della linea meridiana si conduca una retta parallela alla linea cz delle ore *VI* a tagliare diverse linee orarie nei punti l, h, g, d, e facendo $ml' = ml$, $mh' = mh$, ecc., si avranno sulla tracciata retta i punti l', h', ecc., per cui condurre altrettante linee orarie, come vien dimostrato dal sunnominato *Ozanam*. Oppure quest' altro mezzo suggerito nella Gnomonica del *Mollet*. Sia per esempio la linea delle ore *II* pomeridiane l' ultima che si è potuto avere mediante la sua intersezione coll' equinoziale: si tagli questa linea oraria in un punto qualunque q mediante una retta nn' che sia parallela alla linea oraria che dista lo spazio di ore sei da quella in questione (nel nostro caso la nn' sarà parallela alla linea delle ore *VIII* ant.), si prenda la distanza qn fra l' ultima linea oraria e la penultima, e la si porti in qn', e si avrà in n' un punto per cui condurre la nuova linea delle ore *III* pomeridiane: analogamente operando sopra quest' ultima trovata colla rr' parallela alla linea delle ore *IX* antimeridiane, si avrà in r' un punto per cui condurre quella delle ore *IV* pom.

Espongo ora un' altra costruzione tolta dalla Gnomonica di *Ozanam*, colla quale si trovano le linee orarie mediante dei punti posti sull' orizzontale passante pel piede dello

stilo, senza ricorrere nè all'equinoziale nè alla sostilare. (Tav.ª III.ª fig. 1). Siano *co*, *cf''*, *cXII*, *op*, *zx*, *f''e* le medesime rette adoperate nella costruzione antecedente. Si abbassi dal punto *p* una verticale, e presa su di essa una porzione *ps* eguale all'altezza dello stilo, si congiungano i punti *s* ed *o*, per condurre poi per *o* la *mn* perpendicolare ad *so*. Dal punto *o* conducasi *od* perpendicolare a *cf''* e si faccia $oa = od$; indi facendo centro in *a* con raggio *ao* descrivasi una semicirconferenza che si dividerà in 12 parti eguali e simmetriche da una parte e dall'altra del punto *o*. Per questi punti di divisione 11, 10, 9, ecc. 1, 2, 3, ecc. si conducano dei raggi dal centro *a* ad incontrare la *mn* nei punti *q*, *l*. *h*, ecc., *r*, *t*, *u*, ecc., e per questi punti così ottenuti sulla *mn* si conducano delle rette passanti tutte per *s*, ed i punti *XI*, *X*, *IX*, ecc., *I*, *II*, *III*, ecc., in cui queste rette incontrano, o direttamente o coi loro prolungamenti, l'orizzontale *zx*, saranno quelli per cui condurre le linee orarie. Per tracciare l'equinoziale, siccome ora non si avrebbe che il solo punto *c*, mancando quello sopra la sostilare, così si conduca dal punto *s*, perpendicolarmente ad *so*, una retta fino ad incontrare l'orizzontale *zx*, e si avrà sopra di questa il punto in cui essa è attraversata dall'equinoziale e dalla linea delle ore *VI*, che congiunto con *e* darà l'equinoziale. Per controlleria dell'operazione si fa osservare che l'angolo $moz = xon$ deve esser quello della declinazione del piano, epperciò si avverte che la *mn* non è già una retta parallela all'equinoziale. Questa costruzione è basata sul principio di supporre applicato al piano verticale un orologio orizzontale avente il centro delle linee orarie nel punto *s*, e la linea del mezzodì coincidente colla *so*. Associando poi questa colla costruzione antecedentemente esposta, si possono avere, almeno per quelle linee orarie che sono più prossime al mezzodì, due punti per cui esse devono esser condotte, indipendentemente dal centro orario.

Per costruire le linee orarie a *tempo di Roma* (Tavola III.ª fig. 2) siano *zx*, *c*, *o*, *e*, *a*, i medesimi punti della figura 2 Tav.ª II.ª, e sia *cM* la linea meridiana a *tempo del luogo*. Bisognerà prima conoscere la differenza di tempo che passa fra il meridiano del luogo e quello di Roma, e se questa differenza è antimeridiana o pomeridiana.

Noi supporremo quindi che il luogo in cui si costruisce l'orologio si trovi sopra il medesimo meridiano di Milano, e perciò avremo che il mezzodì di Roma succede minuti 13 e tre secondi prima di quello del luogo. Condotta la *ac*, essa interseca nel punto *m* la circonferenza che serve pelle divisioni orarie, il qual punto *m*, nella precedente costruzione della Tav.ª II.ª fig 2, come quello che corrispondeva alle ore 12, ha servito di punto di partenza pelle divisioni della circonferenza. Ora invece, presa sulla circonferenza la porzione *mn* eguale ad una sua ventiquattresima parte, si faccia *m*.12 eguale a tredici sessantesime parti della *mn* (trascurando i tre minuti secondi), e condotto per il punto 12 il raggio *a*.12, si avrà sull'equinoziale il punto *XII* per cui si condurrà la linea oraria che rappresenta il mezzodì di Roma. Partendo poscia dal punto 12 e prendendo sulla circonferenza tante sue ventiquattresime parti 12.11, 11.10, ecc., 12.1, 1.2, ecc., come si è fatto pella prima costruzione esposta, si avranno sull'equinoziale i punti per cui condurre le altre linee orarie, che riesciranno tutte a *tempo di Roma*. Se il luogo in cui si costruisce l'orologio fosse invece più orientale di Roma, per cui il mezzodì di Roma cadesse in ore pomeridiane del luogo, allora la porzione della circonferenza corrispondente alla differenza fra i due tempi, si prenderebbe sempre a partire dal punto *m*, ma a destra del medesimo, o dal nuovo punto così stabilito si procederebbe come si è detto.

La ragione di questo procedimento è evidente, poichè se ogni ventiquattresima parte della circonferenza, che rappresenta un'ora, noi la dividiamo in metà, quarti o sessantesime parti, avremmo le mezz'ore, i quarti ed i minuti; per cui si possono condurre linee che rappresentino delle ore come vuolsi frazionarie. Ora, il punto 12 da noi stabilito nel modo che or si è detto, è quello che a tempo del luogo darebbe l'ora *XI*. 47′ antimeridiana, ed analogamente gli altri punti stabiliti a partire dal punto 12 darebbero le ore *X*.47′, *IX*.47′, *VIII*.47′ antimeridiane, *XII*.47′, *I*.47′ pomeridiane, e se a ciascuna di queste ore così frazionarie noi applichiamo il nome dell'ora intera consecutiva più prossima, cioè se diciamo per esempio che sono ore *XII* quando l'orologio solare segna le *XI*.47′, veniamo ad aggiungere sempre 13 minuti all'ora segnata

dall' orologio solare, ciò che effettivamente bisogna fare per convertire in tempo di Roma il tempo del luogo.

Gli angoli orarj vanno allargandosi simmetricamente da una parte e dall' altra della sostilare coll' allontanarsi dalla medesima, e quando questa venisse a coincidere con una delle linee orarie intere, si potrebbero le medesime costruire da una sola parte della sostilare per poi riportarle a distanze eguali dalla parte opposta, semprechè le distanze fra la sostilare e le linee orarie vengano prese sopra l' equinoziale o sopra altra retta qualunque parallela alla stessa, ossia perpendicolare alla sostilare medesima. Da una tale proprietà della sostilare emerge la necessità ch' essa venga sempre tracciata almeno come linea occulta anche quando non fosse necessaria pella costruzione delle linee orarie, servendo assai bene per poter giudicare anche ad occhio della giusta distribuzione delle medesime.

Si avrà una controlleria per constatare l' esattezza della costruzione nella circostanza che l' equinoziale, l' orizzontale passante pel piede dello stilo, e la linea delle ore *VI* od antimeridiane o pomeridiane, a seconda della qualità della declinazione, devono incontrarsi sempre in un medesimo punto (finchè si tratta di ore a *tempo del luogo* in cui si costruisce l' orologio); e per conseguenza, dopo descritto il circolo (Tav.ª IIª fig. 2), conducendo le *za* ed *ac*, la porzione del medesimo intercetta fra queste due rette deve essere sempre la sua quarta parte.

Siccome le ultime linee orarie, qualunque costruzione si usi, riescono sempre le meno esatte in causa della soverchia acutezza degli angoli coi quali s' intersecano le linee che entrano nella costruzione, così quando non si possa raggiungere una conveniente esattezza, varrà meglio descrivere qualche linea oraria di meno, anzichè mettere in dubbio all' osservatore anche la bontà della rimanente costruzione.

Dalle esposte costruzioni delle linee orarie si rileva che si richiede una ragguardevole larghezza del piano del quadro; ora, siccome questa larghezza occorre solamente per la pura costruzione, senza che porti alcun vantaggio all' uso dell' orologio, così si potrebbe predisporre bensì un piano sufficientemente largo per potervi fare una comoda costruzione, ma ritenere poi per l' orologio solamente quella larghezza che si crede del caso, restituendo il rimanente

al primitivo stato del muro circostante, a meno che non si volesse utilizzarlo col descrivervi la tabella di riduzione del *tempo vero del luogo* in *medio di Roma*, di cui si è parlato nella Prefazione.

In quanto alla grossezza delle linee orarie, converrà fare delle prove, onde ritenere la minima che riesca chiaramente visibile alla distanza più comune dalla quale deve essere osservato l'orologio: in generale, una riga della grossezza da tre a quattro millimetri, di un nero perfetto sopra un fondo molto chiaro, è più che sufficiente per una distanza anche di venti metri e più.

CAPITOLO VI

Costruzione delle linee diurne

Quantunque la costruzione delle linee diurne dovrebbe essere riservata alla sola parte trigonometrica, per la poca esattezza che si può ripromettersi da un metodo grafico, pure, affinchè questo non resti incompleto, accennerò anche due maniere di trovare le linee diurne, lasciando a chi ne crede usare, il procacciarsi un risultato più o meno attendibile a seconda della maggiore o minor precisione impiegata nella costruzione.

Siano dunque (Tav.ª IV.ª fig. 1) $cXII$ la linea meridiana, p il piede dello stilo, $z\,x$ l'orizzontale passante pel medesimo, ps l'altezza dello stilo, pso''' l'angolo di declinazione del piano, ee''' l'equinoziale, cl la sostilare, cXI, cI due linee orarie; il tutto colle medesime misure, declinazione e latitudine come nella fig. 2 della Tav.ª II.ª. Limito per ora la ricerca a quelle linee diurne che corrispondono all'entrata del Sole nei dodici segni dello Zodiaco, ed incomincio a trovare l'intersezione di queste linee colla linea del mezzodì, essendo questo il caso più semplice che guida successivamente alla ricerca dei punti sulle altre linee orarie per pura analogia. Abbiamo già veduto che $o''f''$ è eguale a $o''s$, che l'angolo $o''f''c$ è quello della latitudine del luogo, e che $f''e''$ è perpendicolare a $f''c$. Partendo da f'', si conducano delle rette al disopra ed al disotto della $f''e''$, che facciano successivamente colla stessa

gli angoli della declinazione che ha il Sole nei singoli istanti della sua entrata in ciascun segno dello Zodiaco; e quindi, facendo l'angolo $e''f'''a'' = 23° 28'$, si avrà in a'' il punto in cui la linea del mezzodì è attraversata dalla linea diurna corrispondente all' entrata del Sole nel segno di Capricorno, la qual linea si chiama *Tropico del Capricorno* o linea del *Solstizio d' inverno*, il che succede entro il 21 Dicembre. Dall'altra parte di $e''f'''$ facciasi ancora l'istesso angolo $e''f'''l''=23° 28'$, e si avrà in l'' il punto corrispondente al *Tropico del Cancro* o *Solstizio d'estate*, che succede circa il 20 o 21 Giugno. Facciasi $e''f'''b''=e''f'''h''=20° 10'$ e si avrà al disopra il punto b'' per cui passa la linea diurna corrispondente all' entrata del Sole in *Aquario* e *Sagittario*, che corrisponde al 19 o 20 Gennaio ed al 21 o 22 Novembre, ed al disotto il punto h'' per la linea diurna di *Leone* o *Gemelli*, corrispondente ai giorni 22 o 23 Luglio e 20 o 21 Maggio. Facciasi finalmente $e''f''d''=e''f''g''=11° 29'$, e si avrà al disopra il punto d'' pella linea diurna di *Pesci* e *Scorpione*, che cade entro il 18 Febbraio ed il 22 o 23 Ottobre, ed al disotto il punto g'' per *Vergine* e *Toro* del 22 o 23 Agosto e 19 o 20 Aprile.

Considerando ora che $f''o''$ passa per il punto p ed è perpendicolare alla $cXII$, e che $f''c$ non è altro che la lunghezza effettiva del gnomone, si potrà fare una costruzione analoga sopra qualunque linea oraria, purchè si verifichino le dette condizioni pelle due rette succitate. Prendendo per esempio la linea oraria cXI, conducasi pel punto p una retta $o'f'$ perpendicolare a cXI, facciasi centro in c, e con raggio cf'' s'intersechi la $o'f'$ nel punto f', conducasi la $f'e'$, e su questa retta costruendo al disopra ed al disotto gli angoli como si è detto, si hanno sulla cXI altri punti per cui passano le linee diurne. Operando sulla sostilare cl, si ha il caso speciale che il punto analogo ai punti o', o'' ecc. si confonde collo stesso punto p. A controlleria dell' operazione si fa poi osservare che i punti p, o', o'', o''', ecc. si trovano tutti sopra una circonferenza avente per diametro pc, e precisamente sono le intersezioni della circonferenza stessa colle varie linee orarie, e che i punti f, f', f'', f''', ecc., si trovano tutti sopra una circonferenza avente il centro in c e per raggio la lunghezza costante cf'' del gnomone. Siccome poi in pratica riescirebbe incomoda la

misura degli angoli, e siccome ogni misura d'angolo serve due volte per ciascuna linea oraria, così si è pensato al modo, e di diminuire il numero degli angoli da misurare, e di rendere fisse queste misure in maniera che servano egualmente per ogni linea oraria.

Si prepari quindi una carta piuttosto sostenuta, consistente in un quarto di circolo $mf'''n$, più due settori dello stesso circolo $nf'''q$, $qf'''r$ eguali fra loro e facienti al centro f''' un angolo di 23°28' per ciascuno (veggasi la medesima fig. 1. Tav.ª IV.ª), cosicchè l'arco nr misuri gradi 46.56': si divida il quarto di circolo mn in tre parti eguali, per il che si faccia centro in m con raggio mf''' e si intersechi la circonferenza in u, indi fatto centro in n, collo stesso raggio si segni il punto t; si conducano lo tv, uy parallele al raggio mf''', e dai punti v, y si conducano le $v\alpha$, $y\beta$ parallele al raggio $f'''q$, e con ciò si otterrà, per proprietà della costruzione, che gli archi $q\alpha$, $q\beta$, qn misureranno rispettivamente gli angoli di 11°29', 20°10', 23°28'. Si facciano $q\alpha' = q\alpha$, $q\beta' = q\beta$. Applicando ora alla figura questa cartolina così costrutta, in modo che il suo centro f''' coincida con uno dei punti analoghi agli f, f', f'', f''', ecc., e che il suo raggio $f'''q$ si trovi sul prolungamento di una delle rette analoghe alle ef, $e'f'$, $e''f''$, $e'''f'''$, ecc., essa fa l'ufficio di un istrumento misuratore dei tre angoli fissi che occorrono; poichè se dai punti n, β, α, ecc., si conducono delle rette passanti tutte per f''', esse taglieranno la linea oraria su cui si opera nei punti a''', b''', d''', ecc., come se si fossero misurati gli angoli intorno alla $f'''e'''$. Congiungendo poi opportunamente i punti corrispondenti a segni eguali o similmente posti dello Zodiaco che si trovano sopra le diverse linee orarie mediante una curva continua, si avranno le linee diurne. Sarà da avvertire che, ad eccezione dei due Tropici, le altre linee diurne corrispondono ciascuna a due segni, sulla rispettiva posizione dei quali, dovendosene parlare più diffusamente nella parte trigonometrica, basterà qui la guida della fig. 3 Tavola IV.ª. Se ciascuno degli archi mt, tu, un si suddividesse in 30 parti eguali, operando analogamente a quanto si è praticato, si avrebbero le linee diurne di ciascun giorno dell'anno, sempre però coll'avvertenza di cui sopra, che ad eccezione dei due Tropici, le altre linee diurne si riferirebbero a due giorni ciascuna;

e coll' avvertenza altresì che in tal caso non si avrebbe per risultato che un'immensa confusione, a meno che l'operazione non venisse fatta in proporzioni colossali. Quanto venne qui esposto sulle linee diurne venne preso in parte da una Memoria dell'ingegnere *Dionigi Biancardi*, e parte dalla Gnomonica del professor *Giuseppe Sacchi*.

Espongo ora un'altra costruzione che si trova nel Trattato di Gnomonica di *Cristoforo Clavio* ed in tutti gli altri scritti antichi sulla materia. Si conduca un' orizzontale cf (Tavola IV.ª fig. 2) eguale alla lunghezza effettiva del gnomone; da f si conduca una verticale fm', e con raggio arbitrario fm' si descriva un arco di circolo $rm'n$; si facciano gli angoli $rfm' = m'fn = 23°28'$, e condotta la corda rn, fatto centro in m' si descriva il semicircolo rmn. Si divida questo semicircolo in sei parti eguali, o dai punti di divisione si elevino le verticali uy, tv, $t'v'$, $u'y'$, e si conducano da f le fn, fy, fv, fv', fy', fr, prolungandole opportunamente. Si prenda sulla fm una porzione fe eguale alla fe della figura 1.ª di questa stessa tavola, cioè eguale alla distanza fra l'estremità dello stilo ed il punto in cui la sostilare è attraversata dall'equinoziale, e si conduca la ce prolungandola fino a tagliare tutte le rette che partono dal punto f: sul prolungamento di questa ce si fissi un punto arbitrario w preso al di fuori di tutte le intersezioni colle rette che partono da f, e per esso punto si conduca un' orizzontale ws ad incontrare in s la verticale abbassata dal punto c; indi con centro s e raggio sw si descriva una circonferenza. Si faccia nella fig. 1.ª $ek = ef$ (si abbia presente che il punto k non è già sopra una linea oraria qualunque, ma bensì sopra la sostilare), si prenda la distanza ke'' che rappresenta la distanza tra l'estremità dello stilo ed il punto in cui la linea del mezzodì è attraversata dall'equinoziale (che nella fig. 1 è quindi eguale ad $e''f''$), e la si trasporti nella fig. 2 in fe''. Si conduca per c una retta passante per e' e la si prolunghi fino ad incontrare in XII il raggio orizzontale ws della circonferenza; si elevi da questo punto XII una verticale ad intersecare la circonferenza nel punto XII, e sulla circonferenza stessa si prendano da una parte e dall' altra del punto XII tante sue ventiquattresime parti $XII.XI$, $XI.X$, $X.IX$, ecc., $XII.I$, $I.II$, $II.III$, ecc.; dai quali punti di divisione si

abbassino delle verticali *XI.XI*, *I.I*, ecc., ad incontrare il raggio orizzontale *ws* della circonferenza nei punti *XI*, *I*, ecc., e per questi ultimi punti così trovati si conducano da *c* delle rette opportunamente prolungate. Ora, siccome le rette concorrenti nel punto *f* rappresentano raggi di luce che, partendo dai diversi gradi dello Zodiaco *r*, *y'*, *v'*, *c'''*. *v*, *y*, *n* corrispondenti alle diverse costellazioni. dirigonsi all' estremità *f* dello stilo (fra le quali *fm* è l' equinoziale), e le rette concorrenti nel punto *c* rappresentano le diverse linee orarie (fra le quali la *cw* è la sostilare e la *cXII* è la linea del mezzodì), così dalle intersezioni che hanno luogo fra le rette dei due sistemi si hanno i punti per cui passano le linee diurne: altro quindi non è a farsi che prendere dalla fig. 2 tutte le distanze sopra una linea oraria, comprese fra il punto *c* e le intersezioni di essa linea oraria colle rette concorrenti al punto *f*, e portarle sulla corrispondente linea oraria della fig. 1, partendo qui pure dal punto *c*, come abbastanza chiaramente vien messo in evidenza dalla corrispondenza delle lettere e delle misure fra la fig. 1 e la fig. 2.

Anche con questa seconda costruzione si potrebbero avere le linee diurne di ciascun giorno dell'anno, quando si suddividessero in trenta parti ciascuno degli archi *mt*, *tv*, *un*, ecc., e ciò colle stesse avvertenze già fatte per la prima costruzione. Si osserva che, coll' aver fatto *fe''* della fig. 2 eguale alla distanza *ke''* della fig. 1, saranno anche tutte le varie lunghezze *fe*, *fe'*, *fe'''* della fig. 2 eguali rispettivamente alle distanze *ke*, *ke'*, *ke'''*, della fig. 1; il che è quanto dire che per condurre nella fig. 2 le rette dal punto *c*, che rappresentano le linee orarie, non fa mestieri descrivere il circolo con raggio *ws*, bastando prendere dalla fig. 1.ª tutte le distanze fra il punto *k* ed i punti in cui le varie linee orarie sono attraversate dall' equinoziale, e riportarle nella fig. 2 da *f* verso *m*, come sono i punti *c*, *e'*, ecc.: sarà questa ad ogni modo una controlleria per verificare se furono condotte giustamente le linee orarie nella fig. 1.

Osservazioni = È chiaro che per avere un maggior numero di punti per cui condurre più esattamente le curve delle linee diurne, bisognerebbe suddividere gli angoli orarj in metà ed in quarti; ma siccome tali suddivisioni com-

plicherebbero non poco la costruzione, e metterebbero l' osservatore nel pericolo di errare nel servirsi dell'orologio, così io riterrei che, per una costruzione grafica, sarebbe più che sufficiente il tracciare le sole linee orarie corrispondenti ad ore intere, ed i punti trovati sulle medesime per cui condurre le linee diurne, congiungerli fra di loro con delle rette, lasciando che l' ombra dell' estremità dello stilo si allontani dalla tracciata strada nel percorrere gli spazi interposti fra una linea oraria ed un' altra: così si potrà, colla prima costruzione della cartolina, segnare direttamente sul muro le spezzate da sostituire alle vere linee diurne. Se poi si volessero assolutamente le vere curve, sarà necessario prepararle prima in grandezza naturale sopra carta, per poi riportarle sul muro con qualcuno dei soliti mezzi impiegati a tal uopo dai pittori, essendo assai difficile, per tante varie circostanze, il poter eseguire sul muro stesso un giusto accordo fra i varj punti; e farà certamente men cattivo effetto all' occhio una linea spezzata che una curva mal eseguita.

Di un altro mezzo puramente meccanico per costruire le linee diurne esposto dal professor *Carlo Pasi* in una sua Nota di Gnomonica, servendosi di due cilindretti cavi uniti fra loro per un' estremità a cerniera, e provveduti di un arco graduato, non credo conveniente di suggerire l' uso, ritenendolo troppo difficile in pratica.

CAPITOLO VII

Collocamento del Gnomone

Giusta quanto abbiam detto, noi faremo sempre uso del gnomone parallelo all' asse del mondo, ed il suo collocamento dovrà riservarsi per l'ultima operazione, affinchè esso non riesca d'impedimento e non venga menomamente smosso nel tracciare tutto ciò che deve figurare sul piano del quadro; e siccome da una tale operazione dipende il poter ricavare buon frutto della diligenza impiegata nelle precedenti costruzioni, così non si dovrà far risparmio di tempo, di ripieghi e di pazienza, non tollerando che la sorveglianza dell' artefice venga paralizzata dalla mano rozza del manuale, di cui il più delle volte si è costretti di servirsi.

Per maggior chiarezza considereremo separatamente i tre principali requisiti del gnomone, cioè: la sua forma, la direzione e la solidità.

1° *Forma del gnomone.* Se l'orologio solare non contiene nè linee diurne nè punti qualsiansi per cui si richieda che il gnomone segni le altezze delle ombre, essendo questione della sola direzione delle medesime, basterà un'asta metallica cilindrica di una lunghezza che, quantunque possa essere arbitraria, converrà almeno approssimativamente determinarla colla regola già esposta onde stare entro certi limiti convenienti; la quale asta sarà acuminata ad ambeduo le estremità, perfettamente retta, e coi due punti estremi sopra l'asse del cilindro. In quanto alla sua grossezza, si ritenga per limite minimo la grossezza medesima delle linee orarie, aumentandola, come il più delle volte occorre, di quanto è necessario per darvi la dovuta robustezza in confronto della sua lunghezza. Per esempio, per un gnomone lungo un metro, quando esso poggi sopra sostegni opportunamente disposti, può bastare anche una grossezza di circa otto millimetri. Quando invece il gnomone deve segnare anche l'altezza delle ombre, è bene che abbia la sua estremità nello spazio terminata in forma di lancia piana, avente nel suo mezzo un foro di un diametro tale che lo spettro solare projettato dal medesimo sul muro riesca chiaramente visibile alla opportuna distanza, ma non sorpassi questo bisogno; il qual foro avrà all'ingiro una larga svasatura da ambedue le parti e fatta in modo che lo spessore della lancia sul perimetro del foro sia quasi tagliente, e che il piano contenente il centro, non che il centro stesso, siano sull'asse del cilindro. Anche la punta estrema della lancia sarà bene che sia sull'asse del cilindro, ed anzi, se anche le duo punte laterali della stessa si troveranno sopra una retta perpendicolare all'asse del cilindro e passante pel centro del foro, l'ombra projettata dalle medesime percorrerà sempre insieme al centro dello spettro solare le linee diurne, e servirà a precisare meglio l'altezza delle ombre, semprechè il gnomone sia convenientemente collocato come si dirà in appresso. Per esempio, un foro del diametro di otto o dieci millimetri produce uno spettro solare abbastanza visibile alla distanza di una ventina di metri. È chiaro che, nel caso di quest'ul-

tima forma del gnomone, si considera per sua estremità il centro del foro e non la punta della lancia. Sarà ottimo partito il fare in modo che il diametro del foro sia di qualche millimetro più grande della grossezza delle linee orarie, affinchè, attendendo il momento in cui due fili di luce fra loro eguali sopravanzano da ambe le parti della linea oraria, si possa determinare l'ora precisa anche quando le linee hanno una notevole grossezza.

2.° *Modo di precisare la direzione del gnomone.* Per ciò che si è premesso, affinchè il gnomone riesca parallelo all'asse del mondo, dovrà avere una sua estremità sul piano del quadro nel centro delle linee orarie, e l'altra nello spazio coincidente coll'estremità dello stilo immaginario. Mentre però teoricamente è cosa affatto ovvia il determinare la direzione del gnomone, non lo è altrettanto in pratica, in causa della difficoltà di stabilire nello spazio il punto che rappresenta l'estremità dello stilo, senza che questo stilo sia materialmente infisso nel muro. A quest'oggetto trovo comodissimo un'istrumento da me fatto costruire e che, salvo quei perfezionamenti che dal maggior uso ne potrebbero risultar necessarj, consiste come segue:

(Tav.ª V.ª fig. 1 nella scala di un quarto del vero). *ab* è una tavola quadrata di legno dello spessore di due centimetri, le cui due facce inferiore e superiore sono perfettamente piane e parallele fra loro: nel centro della medesima è praticato un foro circolare *c*, avente una svasatura, ed al quale è applicato un vetro al disotto. Sulla faccia superiore elevasi un tronco di piramide formato di quattro spranghe di ferro *fged* assicurate con viti alla tavola stessa, il qual tronco di piramide porta al centro della sua faccia superiore un foro *h*; al disotto trovasi un altro tronco di piramide simile più piccolo *lnm*, portante al centro della sua faccia superiore un foro *n* provveduto di madre vite. Un'asta cilindrica d'ottone *ohn* è introdotta pei fori *h* ed *n*, la quale in *o* è terminata in punta acuminata, e verso l'estremità *n* è terminata a vite in modo che, facendola girare intorno al proprio asse, la punta *o* si alza o si abbassa. Posto l'istrumento sopra un piano orizzontale, ed assicurati alla tavola i due tronchi di piramide in modo che i centri dei due fori *h* ed *n* siano sopra una medesima verticale, l'asta introdotta nei detti fori sarà verticale, ed

il punto segnato sul vetro che trovasi applicato al foro *c* della tavola, corrispondente al piede della verticale passante pei centri dei due fori dei tronchi di piramide, sarà la traccia dell'asse dell'asta *on*. Quindi, sospendendo l'istrumento per mezzo dei due anelli *p*, *q* in modo che la faccia sottostante dolla tavola combaci perfettamente col muro, e che il punto segnato sul vetro *c* coincida col punto sul muro che rappresenta il piede dello stilo, la punta *o* dell' asta rappresenterà l' estremità nello spazio dello stilo, al quale si potrà dare entro certi limiti una maggior o minor altezza alzando od abbassando l' asta *on* col farla girare nella vite *n*: si collocherà quindi il gnomone in modo che il centro del suo foro o l' estremità della sua punta coincida colla punta dell' asta dell' istrumento. Per estendere i limiti di altezza di stilo per cui l' istrumento possa utilizzarsi, all' estremità *o* dell' asta si possono applicare mediante viti due altri pezzi d'asta *ou*, *uv*; come pure alla faccia superiore *ge* del tronco di piramide maggiore si possono applicare altri tronchi di piramide, come quello *rts*, di differenti altezze a seconda della lunghezza dell' asta, affinchè questa sia tenuta perfettamente orizzontale allorchè l'istrumento è applicato al muro. Tutta l' asta *nv* è segnata con delle divisioni; il pezzo di vite *nx* è di un passo piuttosto fino, e l' altezza del tronco di piramide *lmm* è combinata colla lunghezza della vite *nx* e colle lunghezze dei diversi pezzi in cui l'asta si può dividere, in modo che si possano avere tutte le altezze di stilo da centimetri 35 a centimetri 80, a frazioni qualsiansi di millimetri. Nei fori *h*, *t* ed analoghi l' asta gira a leggier sfregamento, e la robustezza dei pezzi, il peso piuttosto rilevante dell'istrumento o la circostanza di trovarsi applicato al muro senza che alcuno lo sostenga in luogo fanno sì, che si può con una certa libertà operarvi d' attorno nell' assicurare al suo posto il gnomone, potendosi sempre vedere se esso trovasi in posizione, o ricondurvelo prontamente qualora per qualche urto ne fosse stato smosso.

Pel collocamento del gnomone non saprei quindi altro di meglio suggerire, che d'improvvisare un istrumento qualunque che faccia le funzioni del descritto, purchè esso formi un sistema bastantemente solido e che sia prima ben registrato sopra un piano a orizzontale.

Giova avvertire che, affinchè le due punte laterali della lancia concorrano, come si disse, insieme al centro del foro a segnare le linee diurne, e poi anche affinchè sulla linea del mezzodì lo spettro solare subisca minori deformazioni nel trasformarsi in elissi, occorre che il piano della lancia sia perpendicolare al piano del meridiano; la qual disposizione, trattandosi di una circostanza affatto secondaria, si potrà ottenere approssimativamente ad occhio col tendere un filo che, partendo dalla punta estrema della lancia, vada ad incontrare la linea del mezzodì.

3.° *Mezzi di assicurare il gnomone.* Volendo conseguire una conveniente precisione nel collocamento del gnomone, non si dovrà mai assicurarlo nel muro direttamente, nemmeno quando fosse di limitatissima lunghezza, ma bisognerà applicarlo a sostegni preventivamente infissi nel muro. Essendo quindi c il centro dell'orologio (Tav. V, fig. 2.ª) e p il piede dello stilo, si faccia poggiare il gnomone sopra un sostegno della figura più semplice possibile, come sarebbe la abd, il quale nei punti a e d è infisso nel muro, e nel punto b è foggiato a guisa di cuscinetto provveduto di una scanalatura semicilindrica nella direzione dell'asse del gnomone, entro la quale esso si adagia, fermandovelo con un'allacciatura di filo di rame: analogamente si faccia per l'altra estremità verso il centro orario, per il che si è già detto che anche da questa parte esso deve essere terminato in punta, perchè diversamente sarebbe in pratica assai difficile l'ottenere che l'asse del gnomone incontri il piano del quadro nel preciso punto c, che dovrebbe esser levato per praticarvi il foro. Il processo dell'operazione consisterebbe dunque in ciò che segue. Applicato al muro l'istrumento come quello indicato nella fig I, si pongano in opera i due sostegni, provando ripetutamente ad applicarvi il gnomone, affinchè la loro posizione corrisponda più prossimamente che è possibile alla voluta, coll'avvertenza però, che le scanalature entro le quali deve poggiare il gnomone siano un poco più basse del bisogno ed anche alquanto più larghe; indi con delle grossezze di sottili lastre di rame o di zinco opportunamente applicate entro le scanalature, si riduca il gnomone alla posizione richiesta, per applicarvi in ultimo le allacciature.

I punti *a* o *d* del sostegno è meglio che siano piuttosto lontani dal gnomone, affinchè per avventura, se l'orologio è di un uso affatto popolare, non venga presa l'ombra delle spranghe *ab* e *bd* per quella del gnomone. Anzi, a questo scopo sarebbe ancor meglio che le suddette spranghe non fossero rettilinee, ma foggiate a qualche ornato o per lo meno curve. Bisognerà anche evitare di applicare i sostegni nel piano che passa pel gnomone e pella sostilare, perchè in tal caso la loro ombra si confonde con quella del gnomone per quelle ore che sono vicine alla sostilare; e specialmente se si segnano le mezz'ore ed i quarti soltanto con piccole porzioni di rette che si dipartono dalla linea del solstizio jemale, come si costuma talvolta per maggior chiarezza, allora, nella stagione estiva, l'ombra dei sostegni applicati nel piano di cui si disse, ed i quali sono per l'ordinario di una grossezza maggiore di quella del gnomone, impedisce l'uso delle suddette divisioni orarie per buona tratta di spazio vicino alla sostilàre. Del resto l'immaginativa del costruttore potrà, secondo i diversi casi, trovare tanti svariati mezzi di assicurar bene il gnomone, servendosi per esempio anche di un sistema di viti per cui si possano imprimere al medesimo dei piccoli movimenti in qualunque senso, onde ottenere maggior facilità e precisione nel suo collocamento.

PARTE SECONDA

Metodo trigonometrico

Avvertenza. = Anche in questa seconda parte seguiremo lo stesso ordine della parte prima, omettendo però quanto riguarda la latitudine geografica, la predisposizione del piano, ed il collocamento del gnomone, pei quali oggetti s' intende che si debba riportarsi alla parte prima; ed aggiungendo quanto si riferisce alla costruzione della *linea del tempo medio,* della quale non si è creduto conveniente di far cenno nel metodo grafico, perchè collo stesso non è raggiungibile lo scopo con sufficiente esattezza. Questa seconda parte venne corredata di numerosi esempi, nella certezza che i medesimi siano il miglior mezzo di mettere in evidenza la facilità di servirsi delle esposte formole.

CAPITOLO I.

Della declinazione del piano

Dei varii mezzi che qui si espongono per trovare la declinazione del piano, alcuni sono perfettamente trigonometrici, altri invece trovansi già esposti nella parte prima, e perchè vennero sussidiati da qualche semplice formola

trigonometrica, si è dovuto ripeterli in questa seconda parte, per l'assunto propostoci fin da principio di sceverare letteralmente la parte grafica dalla trigonometrica: procederemo nell'esposizione dei medesimi dai meno ai più complicati. Si premette che il tempo in cui si devono fare le osservazioni, sarà buona cosa limitarlo fra le ore 10 ant. e le 2 pom. o poco più. Avverto che la parte teorica di quanto verrà esposto sulla declinazione del piano, vien tolta da una Memoria dell' *Ingegnere Emanuele Gallarati*, inserita nel Giornale dell'*Ingegnere Architetto* del mese di Aprile 1862, cambiando la disposizione della materia, facendovi qualche aggiunta, ed omettendo come di solito le dimostrazioni.

1.° Trovati gli elementi che somministrano la declinazione del piano con uno dei metodi grafici descritti nella parte prima, invece di misurare graficamente l'angolo dag (Tav.ª I.ª fig. 3) si misuri la retta dg e l'altezza dello stilo da, e chiamando δ la declinazione si avrà

$$\tang \delta = \frac{dg}{da}$$

la quale declinazione sarà orientale se la ge cade ad oriente ossia a destra del punto d piede dello stilo, ed occidentale nel caso opposto.

2.° Si può trovare in un sol giorno la declinazione del piano col metodo dei circoli nel piano orizzontale nel seguente modo. Si applichi uno stilo anche al piano verticale, e quando l'ombra projettata dallo stilo del piano orizzontale incontra prima di mezzodì uno dei circoli, si segni contemporaneamente il punto in cui giunge l'ombra portata dallo stilo sul piano verticale, e sia per esempio q (Tav.ª VI.ª fig. 1). Analogamente si faccia dopo mezzodì, e sia q' il punto segnato dallo stilo sul piano verticale nell'istante in cui venne nuovamente attraversato dall'ombra dello stilo il circolo sul piano orizzontale. Dai punti q e q' si elevino le verticali qt, $q't'$ ad incontrare in t e t' l'orizzontale condotta pel punto v piede dello stilo, e sia vu l'altezza dello stilo medesimo. Si considerino le rette vt, vt' come tangenti di due angoli che chiameremo ri-

spettivamente con x ed x'; prendendo per raggio trigonometrico l'altezza dello stilo, avremo:

$$\text{tang } x = \frac{tv}{ru} \qquad \text{tang } x' = \frac{tv}{ru}$$

Conosciuti così i due angoli x ed x', avremo la declinazione δ dalle seguenti equazioni:

$$\delta = \frac{x - x'}{2} \qquad \text{oppure } \delta = \frac{x' - x}{2}$$

delle quali si prenderà quella che darà per δ un valore positivo, dipendendo l'impiego dell'una o dell'altra dalla qualità della declinazione, la quale sarà orientale se la retta condotta pei punti q, q' inclina verso oriente ossia a destra, come nella figura, ed occidentale se essa inclina verso occidente.

Questo metodo non converrà usarlo quando la declinazione è grande, perchè allora nell'istante in cui succede l'attraversamento di un circolo sul piano orizzontale o nell'osservazione antimeridiana o nella pomeridiana, può riescire troppo incerta l'ombra portata dallo stilo sul piano verticale.

3.° Si può applicare direttamente al piano verticale declinante il metodo dei circoli, con che la retta che si trova sarà la sostilare, e conosciuta la direzione di questa, ossia l'angolo che essa fa con una verticale o con una orizzontale, è conosciuta pure la declinazione, e ciò nel seguente modo. Siano *aa*, *bb*, *cc*, *dd* (Tav.ª VI.ª fig. 2) alcuni semicircoli concentrici tracciati sul piano verticale declinante col centro in v, il quale sia anche il piede dello stilo. Sia f il punto in cui il semicircolo *cc* viene in un dato istante attraversato dallo spettro solare, e sia g il punto in cui lo spettro solare attraversa una seconda volta il semicircolo medesimo: conducasi la *fg* che si dividerà per metà in h, congiungasi il punto h col punto v, e la *hv* rappresenterà la direzione della sostilare. Se l'operazione è esatta, la *hv* deve riescire perpendicolare alla *fg*, e per verificare tale condizione, basterà misurare se sono eguali fra loro le rette *fv*, *gv*. Si abbassi ora dal punto v una verticale *vm*; dal triangolo *hvm* rettangolo in h, mediante le misure dei suoi lati, si cavi il valore dell'angolo

hem, che chiameremo SM; e chiamando L la latitudine geografica del luogo, avremo il valore della declinazione colla formola $\operatorname{sen} \delta = \operatorname{tang} SM \operatorname{tang} L$, la quale, come al N. 2, sarà orientale se la *fg* inclina verso oriente, ed occidentale nell' opposto caso.

In quanto all' errore causato dalla variazione di declinazione del Sole, siamo nel medesimo caso dello stesso metodo dei circoli nel piano orizzontale, e quindi, pel modo di farne la correzione colla tabella delle anticipazioni e delle posticipazioni, valga quanto si è detto in proposito nella parte grafica; avvertendo però che nel piano verticale la detta tabella deve applicarsi in senso opposto a quello usato pel piano orizzontale, cioè nel piano verticale si deve anticipare quando nell' orizzontale si posticipa, e viceversa.

Se il piano verticale declina molto verso levante, le due osservazioni per segnare i punti *f* e *g* possono cadere ambedue in ore antimeridiane, e viceversa se il piano declina molto verso ponente; ad ogni modo poi, siccome nel caso di una forte declinazione, sia essa orientale od occidentale, le osservazioni cadrebbero in ore o troppo mattutine o troppo tarde, nelle quali è assai forte l' errore prodotto dalla rifrazione della luce, e di più si avrebbe uno spettro solare non abbastanza chiaro in causa della soverchia inclinazione dei raggi di luce rispettivamente al piano, così non converrà usare di questo metodo quando la declinazione supera i sette od otto gradi.

I raggi dei semicircoli poi converrà tenerli più grandi nella stagione estiva e meno nella jemale.

4.° Nel giorno di uno degli equinozj si può trovare la declinazione del piano assai più speditamente e con molto maggiore approssimazione che con qualunque altro metodo. Siano (Tav.ª VI.ª fig. 3) *f* e *g* due punti d' ombra projettati sul piano verticale in due istanti qualunque da uno stilo avente il piede in *v*; conducendo la *fg*, questa rappresenterà la direzione della linea equinoziale. Ora osservo che, siccome l'equinoziale deve essere perpendicolare alla sostilare, così se da un punto qualunque *h* della *fg* conduco la *hu* perpendicolare ad *fg* e da un punto qualunque *u* della *hu* conduco la verticale *um*, l'angolo *muh* è l'angolo che la sostilare fa con una retta verticale, il quale

nel metodo suesposto al N. 3 abbiamo chiamato SM; osservo pure che, prolungando la trovata equinoziale fg fino ad incontrare in z l'orizzontale passante pel piede v dello stilo, dai triangoli hum rettangolo in h, ed ozm rettangolo in o emerge che l'angolo umh è il complemento dell'angolo hum ossia è il complemento di SM, e perciò che l'angolo ozm è eguale ad SM, essendochè i due triangoli rettangoli hanno l'angolo in m comune fra di loro. Si troverà quindi la declinazione colla stessa formola suesposta al N 3:

$$\text{sen}\ \delta = \text{tang}\ SM\ \text{tang}\ L$$

notando però che qui l'angolo SM sarà quello che la trovata equinoziale fa con una orizzontale. Che se invece tornasse più comodo il misurare l'angolo che l'equinoziale fa colla verticale, ossia l'angolo omz, allora bisognerà nella formola esposta porre cottang omz invece di tang SM. Anche con questo metodo, come nei suesposti, sarà orientale la declinazione se la fg inclina verso oriente ed occidentale nel caso opposto, come nella figura.

Esempio. Senza prolungare la fg fino ad incontrare in z l'orizzontale passante pel piede v dello stilo, ciò che potrebbe esser causa di errore nel determinare il punto z, o che potrebbe non esser possibile praticare quando per la poca inclinazione della fg il punto z si portasse a soverchia distanza, si misurino le verticali ff' che sia di millimetri 149,20, la gg' di millimetri 32 e la porzione di orizzontale $f'g'$ di millimetri 214,40. Per trovare trigonometricamente il valore dell'angolo SM immagino condotta pel punto g una parallela alla $f'g'$, cioè facendo $gg' = 0$ avrò $ff' = 149,20 - 32,00 = 117,20$; per cui l'angolo SM, che dal punto z vien così trasportato in g, avrà per tangente la $ff' - gg'$ divisa per il raggio, ossia divisa per $f'g'$, cioè si avrà:

$$\text{tang}\ SM = \frac{117,20}{214,40}$$

e passando ai logaritmi avremo:

$$\log \tan SM = \log 117{,}20 - \log 214{,}40$$

e risolvendo 2,0689276
— 2,3312248

log tang SM = 9,7377028

e quindi angolo SM = 28° 39′ 46″

Ponendo ora L = 45° 28′ avremo

$$\text{sen } \delta = \tan 28°\,39'\,46'' \tan 45°\,28'.$$

$$\log \tan 28°39'46'' = 9{,}7377028$$
$$+ \log \tan 45°28'. . = 0{,}0070749$$
$$\log \text{sen } \delta = 9{,}7447777$$

da cui

$$\delta = 33°\,45'\,12''$$

Si possono segnare varii punti in ore differenti della giornata, e verificare se si trovano tutti sopra una medesima retta, indi trovare varie volte l'angolo SM confrontando fra loro, come sopra si è detto, due punti o consecutivi o saltuarj, per far poi un angolo SM medio; ma per raggiungere la maggior possibile approssimazione, occorre che le osservazioni siano due sole, fatte in ore equidistanti dal mezzodì, affinchè si elidano fra loro le differenze causate dalla rifrazione della luce, e non molto lontane fra loro per diminuire la differenza causata dalla variazione della declinazione del Sole, la quale negli equinozj è più forte che in ogni altra epoca dell'anno, raggiungendo circa un minuto primo di grado ogni ora: tanto maggiore poi sarà l'approssimazione, quanto più l'istante dell'equinozio è vicino al mezzodì. Questo metodo è applicabile a qualunque declinazione del piano. Si avverte però che per conoscere il giorno e l'ora dell'equinozio, dovranno consultarsi esclusivamente le Effemeridi Astronomiche, essendo probabile il caso che sugli almanacchi trovisi errore non solo dell'ora ma ben anche del giorno.

5.° Sia A *l'azimut* del Sole in un dato istante, π la sua declinazione, P la sua altezza sopra l'orizzonte, L la latitudine geografica del luogo, h la quantità di tempo che passa fra l'ora in cui si fa l'osservazione ed il mezzodì a tempo vero del luogo, espressa in gradi dell'equatore

(sulle relative definizioni, oltre la Memoria dell'Ing. Gallarati di cui sopra si disse, veggansi anche gli *Elementi di Astronomia di Giovanni Santini*. Volume I, Capitolo I. Della sfera celeste e dei suoi circoli; loro uso nel determinare la posizione degli astri), e sia v il piede di uno stilo di altezza vu (Tav.ª VI a fig. 4). Per proprietà astronomiche, quando l'ombra di questo stilo assume una posizione verticale, cioè si dispone lungo la vq, l'azimut del Sole si trova eguale alla declinazione del piano. Si trovi il valore di P corrispondente ad un tale istante, cioè l'angolo che misura l'altezza del Sole sopra l'orizzonte; per il che, attendendo il momento in cui l'ombra dello stilo assume la posizione verticale, cioè si dispone lungo una retta verticale preventivamente segnata sul piano e passante per v, si segni il punto q in cui giunge in tal momento lo spettro solare, e misurando la distanza vq si avrà il valore dell'angolo P colla formola

$$\tang P = \frac{vq}{vu}$$

Conosciuto il valore di P, lo si ponga nella formola

$$a) \qquad \cos h = \frac{\operatorname{sen} P \pm \operatorname{sen} L \operatorname{sen} \pi}{\cos L \cos \pi}$$

nella quale si porrà per π la declinazione del Sole a mezzodì del giorno in cui si fa l'osservazione, da desumersi dalle Effemeridi Astronomiche (*). Trovato il valore di h, lo si ponga nella seguente:

$$b) \qquad \operatorname{sen} A = \frac{\cos \pi \operatorname{sen} h}{\cos P}$$

dalla quale si avrà il valore dell'azimut A che rappresenta pure la declinazione del piano. Per conoscere la qualità della declinazione del piano si osserva che essa sarà orientale se il punto q fu segnato in ore antim., come nel concreto caso, ed occidentale se esso fu segnato in ore pom. in quanto poi al caso che l'ora in cui si segna il punto q

(*) In Milano si stampano ogni anno le Effemeridi Astronomiche per cura del R. Osservatorio e trovansi vendibili presso la Libreria *Fajini*, Corso Vittorio Emanuele.

fosse così vicina al mezzodì, che con un orologio comune da tasca riescisse incerto il precisare se i pochi minuti di tempo siano antimeridiani o pomeridiani, specialmente in causa delle differenze fra il tempo medio di Roma dato dall'orologio ed il tempo vero del luogo, a cui si deve riferire l'osservazione, è inutile parlare, perchè il presente metodo non sarebbo opportuno pei motivi che verranno in seguito esposti. La dimostrazione delle due formole (a) e (b) veggasi nei già nominati Elementi di astronomia del Santini — Volume I, Capo II, paragrafo 19 — *Usi delle declinazioni ed ascensioni rette delle stelle fisse*. Riguardo ai segni della formola (a) si userà il segno + quando la declinazione del Solo è *australe*, ossia nella stagione compresa tra l'equinozio d'autunno e quello di primavera, ed il segno — quando la declinazione del Sole è *boreale*, ossia per la stagione compresa fra l'equinozio di primavera e quello d'autunno: cioè la detta declinazione deve prendersi positiva quando nelle Effemeridi Astronomiche è data come negativa, e viceversa, il che è causato dalla circostanza che noi consideriamo un piano verticale.

Volendo raggiungere una maggior approssimazione, invece di porre per π la declinazione del Sole corrispondente al mezzodì del giorno in cui si fa l'osservazione (come è dato dalle Effemeridi Astronomiche), si può mettere quella che ha il Sole al momento stesso in cui si segna il passaggio dello spettro solare attraverso la verticale. A tal fine, dopo di avere nella formola (a) posto per π la declinazione del Sole a mezzodì e ricavato il valore di h, si riduca in tempo l'angolo h in ragione di ore una per ogni 15 gradi, servendosi della tabella di riduzione A che vien data in fine, ed in tal modo si verrà a conoscere la distanza in ore che si aveva dal mezzodì nell'istante in cui si è fatta l'osservazione; si trovi mediante una semplice proporzione fra la declinazione del Sole a mezzodì del giorno dell'osservazione e quella al mezzodì del giorno antecedente o del successivo, la declinazione del Sole corrispondente all'istante h dell'osservazione; si sostituisca nella formola (a) questo nuovo valore di π e si avrà un nuovo valore di h, il quale sarà l'esatto; indi si proceda come prima, sostituendo nella formola (b) questi nuovi valori di h e di π per trovare il valore di A.

Per evitare di calcolar due volte la formola (*a*) basterà notare con un orologio comune da tasca l' ora in cui si fa l' osservazione, per indi cercare il corrispondente più esatto valore di π, giacchè anche nel caso, che l' orologio non sia ben registrato, il mettere la declinazione che ha il Sole una diecina di minuti prima o dopo il vero istante, non porta errore sensibile nei risultati, specialmente in stagioni non prossime agli equinozj.

Notisi che siccome l' angolo *P* riescirà sempre maggiore del vero in causa della rifrazione della luce, così si potrà correggerlo col diminuirlo della rifrazione corrispondente, la quale trovasi esposta nella Tavola B. Questa vien tolta dall'accennata Memoria dell'ing. Gallarati, che la riportò dall'Astronomia del Delaunay; ma siccome la medesima è combinata in modo, che per avere la rifrazione cercata, bisogna fare il complemento dell' angolo *P*, così in quella che viene qui unita furono per maggior comodità sostituiti i relativi complementi ai valori di *P*, per cui si troveranno in essa direttamente le rifrazioni da applicarsi alle altezze apparenti, senza fare il loro complemento. Di tavole delle rifrazioni se ne trovano in altri libri di gnomonica, ma non raggiungono la comodità e la precisione di quella in argomento. Il Follador poi ammette che l' errore causato dalla rifrazione della luce sia trascurabile nei casi comuni, quando le osservazioni vengano fatte almeno due ore dopo il levare e prima del tramontare del Sole: potrà quindi ciascuno regolarsi in proposito secondo il grado di approssimazione che intende di raggiungere.

Questo metodo però, quantunque assai comodo e spedito, non torna conveniente applicarlo a quei piani che hanno poca declinazione, perchè succedendo il passaggio dello spettro solare attraverso la verticale in un momento troppo prossimo a mezzodì, in cui la variazione da un istante all'altro dell' altezza del Sole sopra l' orizzonte è insensibile, ogni minimo errore che si commette nel determinare l' angolo *P* produce un errore assai sensibile nella declinazione del piano.

Esempio I.° = La fig. 4, Tav.ª VI.ª, rappresenta nella scala di 1/10 un' osservazione effettivamente fatta il giorno 9 Agosto 1868 alla latitudine geografica di 45°56'. La *vq* è millimetri 564, l' altezza dello stilo *vu* è millimetri 395

La declinazione del Sole a mezzodì medio di detto giorno è 15° 43' 39". Il punto q venne segnato ad ore 10.45' antimeridiane di un orologio da tasca registrato approssimativamente a tempo medio di Roma; il luogo trovasi posto quasi sul medesimo meridiano di Milano, per cui serve la stessa Tavola C per le differenze fra il tempo vero del luogo ed il medio di Roma. Si avrà dunque:

$$\text{tang } P = \frac{564}{395} \qquad \begin{aligned} \log 564 &= 2{,}7512791 \\ -\log 395 &= 2{,}5965971 \\ \hline \log \text{tang } P &= 0{,}1546820 \end{aligned}$$

da cui $\qquad P = 54° 59' 39''$

la cui rifrazione, desunta dalla Tavola B per proporzione, è di 41 secondi, e quindi

$$\begin{aligned} P \text{ apparente} \ldots &= 54° 59' 39'' \\ - \text{correzione per rifrazione} &= - - 41'' \\ \hline P \text{ vero} &= 54° 58' 58'' \end{aligned}$$

Ponendo nella formola (a) i relativi valori e l' opportuno segno, sarà:

$$\cos h = \frac{\text{sen } 54° 58' 58'' - \text{sen } 45° 56' \text{ sen } 15° 43' 39''}{\cos 45° 56' \cos 15° 43' 39''}$$

dividendo la formola in due frazioni a denominatore comune

$$\cos h = \frac{\text{sen } 54° 58' 58''}{\cos 45° 56' \cos 15° 43' 39''} - \frac{\text{sen } 45° 56' \text{ sen } 15° 43' 39''}{\cos 45° 56' \cos 15° 43' 39''}$$

e passando ai logaritmi

$$\begin{aligned} &\log \text{sen } 54° 58' 58'' \ldots\ldots && = 9{,}9132730 \\ &\log \cos 46° 56' = 9{,}8422939 && \\ &+ \log \cos 15° 43' 30'' = 9{,}9834286 && \\ \hline &\qquad 9{,}8257225 && \quad 9{,}8257225 \\ &\log \text{ della 1.}^a \text{ frazione} && = 0{,}0875505 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\log \text{sen } 45° 56' \ldots\ldots && = 9{,}8564455 \\ &+ \log \text{sen } 15° 43' 39'' \ldots\ldots && = 9{,}4330693 \\ \hline & && \quad 9{,}2895148 \\ & && - 9{,}8257225 \\ \hline &\log \text{ della 2.}^a \text{ frazione} && = 9{,}4637923 \end{aligned}$$

passando dai logaritmi delle due frazioni ai numeri

$$\log 0{,}0875505 = \text{N. } 1{,}223350$$
$$\log 9{,}4637923 = \text{N. } 0{,}290932$$
$$\text{eseguendo la sottrazione N. } 0{,}932418$$

e ritornando ai logaritmi sarà

$$\log \cos h = 9{,}9696107$$

e quindi

$$h = 21^\circ 11' 6''$$

Il qual valore di h tradotto in tempo per mezzo della Tav. *A* corrisponde ad ore 1.24′ 44″, che levate da ore 12 perchè l'osservazione venne fatta in ore antimeridiane, darà l'ora precisa dell'osservazione a tempo vero del luogo in ore 10.35′ 16″. Se ora si aggiungono alla detta ora i minuti 18 (trascurando i secondi) come dalla Tavola *C*, di cui il tempo medio di Roma deve essere in anticipazione sul tempo vero del luogo nel giorno di cui si tratta, avremo che l'ora dell'osservazione a tempo medio di Roma era $10^h 53' 16''$, la quale confrontata con quella data dall'orologio, cho era come si disse $10^h 45'$, dimostra che questo era in ritardo di minuti 8′ 16″.

Per raggiungere una maggior approssimazione, giusta quanto si è detto, sarebbe ora a trovarsi un nuovo valore di π corrispondente non più al mezzodì, ma alle trovate ore 10.35′ antimeridiane (e meglio ancora sarebbero a ridursi le trovate ore 10.35′, tempo vero del luogo, in tempo medio del luogo stesso, giacchè le Effemeridi Astronomiche danno le declinazioni a mezzodì medio e non al vero), indi porlo nuovamente nella formola (*a*) per avere un nuovo valore di h, e procedere in seguito all'impiego di questi nuovi valori di π e di h nella formola (*b*); ciò che egualmente si otterrebbe approfittando, come si è detto, dell'ora segnata dall'orologio, previa riduzione della stessa dal tempo medio di Roma al tempo medio o vero del luogo. Ma ciò noi tralasceremo per brevità, credendo sufficiente l'averne accennato il processo, e ci serviremo invece del già usato valore di π e del trovato valore di h.

Ponendo dunque i rispettivi valori nella formola (b), avremo

$$\text{sen}\, A = \frac{\cos 15^\circ 43' 39'' \;\text{sen}\; 21^\circ 11' 6''}{\cos 54^\circ 58' 58''}$$

$$\begin{array}{rl} \log \cos 15^\circ 43' 39'' & = 9{,}9834286 \\ + \log \text{sen}\; 21^\circ 11' 6'' & = \underline{9{,}5579647} \\ & 9{,}5413933 \\ - \log \cos 54^\circ 58' 58'' & = \underline{9{,}7587777} \\ \log \text{sen}\, A & = \underline{9{,}7826156} \end{array}$$

e quindi

$$A = 37^\circ 18' 54'' = \delta$$

6.° Un metodo che si presta per qualunque declinazione del piano è il seguente. Avverto che, per comodo di chi non è molto versato in trigonometria, espongo ridotta alquanto più prolissa la dimostrazione del modo di trovare l'angolo x e l'angolo P contenuta nella Memoria dell'ingegnere Gallarati, come pure sostituisco una figura che, rappresentando le rette nello spazio, ajuta meglio a comprendere la dimostrazione stessa. Sia (Tav.ª VI.ª fig. 5) AB il piano verticale declinante e sia v il punto in cui trovasi applicato al piano stesso uno stilo normale al medesimo e di altezza vu. In un'ora qualunque della giornata si segni un punto q dove giunge l'ombra portata dall'estremità dello stilo; s'innalzi dal punto q la verticale qt ad incontrare in t l'orizzontale vt passante pel piede v dello stilo: dalla misura delle rette qt e vt e dell'altezza vu dello stilo si avranno i dati necessari per calcolare la declinazione del piano.

Infatti, chiamando x l'angolo in u del triangolo tuv rettangolo in v per essere la uv normale al piano, avremo che $\text{tang}\; x = \frac{tv}{vu}$, da cui si avrà il valore dell'angolo x. Dallo stesso triangolo tuv cavando il valore di tu (la secante eguale al raggio diviso pel coseno), avremo che $tu = \frac{vu}{\cos x}$. Considerando ora il triangolo qtu, vediamo che l'angolo in t è retto, per essere la tu orizzontale e la tq verticale, e che l'angolo in u rappresenta l'altezza

che ha il Sole sull' orizzonte nell' istante in cui fu segnato il punto q, essendo CD l' orizzonte, S il Sole e la us il prolungamento del raggio di luce uq; la quale altezza del Sole noi chiamiamo P, come nell' ultimo esposto metodo N. 5. Dal detto triangolo rettangolo qtu (i cateti stanno come i seni degli angoli opposti) abbiamo:

$$tq : tu = \text{sen } tuq : \text{sen } tqu$$

al sen tqu sostituisco il coseno del suo complemento, cioè cos tuq:

$$\frac{tq}{tu} = \frac{\text{sen } tuq}{\cos tuq}$$

e siccome il seno diviso pel coseno è eguale alla tangente, abbiamo

$$\text{tang } tuq = \frac{tq}{tu};$$

ma l' angolo $tuq = P$, ed il valore di tu fu trovato antecedentemente eguale a $\frac{vu}{\cos x}$, e quindi sostituendo

$$\text{tang } P = \frac{tq}{\frac{vu}{\cos x}} = \frac{tq}{vu} \cos x \qquad (c)$$

Ora, sostituendo in quest' ultima il valore già trovato di x, si avrà il valore dell' angolo P; indi si procederà mediante le equazioni (a) e (b) esposte al metodo N. 5, a trovare il valore di h e quello dell' azimut A, per avere infine la declinazione del piano mediante una delle tre seguenti equazioni:

1) $\delta = x - A$
2) $\delta = A - x$
3) $\delta = A + x$

sull' uso delle quali sarà a regolarsi come segue. Pei piani declinanti a levante serve la $x - A$ se il punto q fu segnato in ore pomeridiane, e la $A - x$ se esso fu segnato in ore antimeridiane; pei piani declinanti a ponente serve la $x - A$

se il punto q fu segnato in ore antimeridiane, e la $A - x$ se fu segnato in ore pomeridiane; e la $A + x$ è riservata per quei punti segnati in qualunque ora sia antimeridiana o pomeridiana e per qualunque declinazione orientale od occidentale, purchè essi punti trovinsi compresi fra la verticale abbassata dal piede dello stilo e la linea del mezzodì (quest' ultima equazione non forma parte della Memoria dell' ingegnere Gallarati).

Se si suppone $tv = 0$, allora la tq passa per il piede v dello stilo, e si ritorna precisamente al metodo N. 5; ed infatti essendo $tv = 0$, sarà pure l' angolo $x = 0$, e quindi la formola (c) diverrà:

$$\text{tang } P = \frac{tq}{vu}$$

e le (1) (2) (3) diverranno $\delta = A$.

Si rammenta che in generale è meglio che l' osservazione venga fatta in ore antimeridiane quando la declinazione del piano è orientale, ed in ore pomeridiane quando è occidentale; come pure che l' angolo P deve esser corretto come si è detto al metodo N. 5.

Quando la declinazione del piano essendo orientale, è anche piuttosto grande, e che quindi si possa segnare il punto q un certo spazio di tempo prima di mezzodì, si può risparmiare di calcolare l' azimut A, purchè dopo segnato il punto q e tenuto conto dell' ora, secondo un orologio comune, in cui esso punto venne segnato, si trovi immediatamente l' angolo h, il quale, come si disse, convertito in tempo, darà a tempo vero del luogo l' ora esatta in cui fu segnato il punto q. Avendosi così il dato per correggere l' orologio, si attenda il momento in cui l' orologio in tal modo registrato a tempo vero del luogo, segna il mezzodì, e si segni sul piano il punto q': elevando da q' una verticale ad incontrare in t' l' orizzontale passante pel piede v dello stilo, prendendo la misura vt' e dividendola per vu altezza dello stilo, si avrà la tangente della declinazione come col metodo N. 1. A ciò sarà facile fare una controlleria col misurare le rette $q't'$, vt', indi procedendo come si è fatto pel punto q a trovare i valori di x di P di h e di A, come se il punto q' fosse stato segnato non già nell'istante del mezzodì, ma in un altro momento qualunque,

si verrebbe ad avere $h = 0$ e quindi anche $A = 0$, il qual ultimo valore di A sostituito in una qualunque delle tre equazioni (1) (2) (3) darà sempre $\delta = x$ ossia $\delta = vut'$, non tenuto alcun conto del segno negativo che potrebbe avere la x perchè, essendo il punto q' nè antimeridiano nè pomeridiano, è indifferente il prendere l'una o l'altra delle equazioni (1) e (2).

Usando del suddetto ripiego, si può anche evitare di segnare il punto q sul muro, la cui scabrosità potrebbe impedire di raggiungere la necessaria esattezza, e ciò coll'approfittare di una tavoletta orizzontale a cui sia applicato uno stilo come più volte si è detto. Si segni perciò sopra di essa in un'ora qualunque antimeridiana un punto d'ombra, si misuri la distanza fra il detto punto ed il piede dello stilo, e dividendo questa distanza per l'altezza dello stilo, si avrà la tangente del complemento dell'angolo P, per procedere poi a trovare l'angolo h, correggere l'orologio, e segnare sul piano verticale il punto q' nell'istante del mezzodì.

Quest'ultimo metodo di trovare la declinazione, quantunque sia il più d'ogni altro complicato, è nondimeno il più opportuno in ogni caso, essendo applicabile, come si disse, a qualunque declinazione, e potendosi in un sol giorno fare più osservazioni da servire fra loro di controlleria.

Secondo il parere del *Follador*, fra due diverse calcolazioni per trovare la declinazione del piano si può accettare la media quando la differenza non eccede i 20 minuti primi di grado: ma noi ridurremo questa tolleranza ad una diecina di minuti al più; per cui se la detta differenza eccede il limite ora stabilito, è d'uopo rigettarle ambedue per farne delle nuove. In tal caso sarà prudente il cambiare la posizione dello stilo, onde cambiare non solo l'orizzontale e la verticale passante pel suo piede, ma ben anche la porzione del piano sul quale vennero presi i punti d'ombra; come pure bisognerà verificare nuovamente l'altezza dello stilo ed il suo piede, a meno che esso sia costrutto nelle forme indicate nella parte grafica colla dovuta solidità e preventivamente ben registrato con sicurezza. Sarà da avvertire pure che, nel fare le varie osservazioni per prender la media, non si associ il metodo N. 5 con quello N. 6 se non quando la declinazione è

forte, perchè potrebbe succedere che osservazioni buone fatte col metodo N. 6, dovessero essere rigettate in causa di una soverchia differenza trovata col metodo N. 5 meno opportuno al caso. Come pure si usi la massima diligenza nelle misure delle rette che entrar devono nella calcolazione, per le quali misure si impieghino righe a divisioni di millimetri fatte a macchina e di lunghezza sufficiente onde non occorra di riportare le distanze: s' impieghino fili sottilissimi con piombino pesante per segnare le verticali, e livelletta a bolla d' aria per segnare le orizzontali, della quale siasi prima ben accertata la rettificazione. E si ritenga pure che una maggior quantità di tempo e di diligenza impiegate nel fare le prime osservazioni sono sempre messe a buon frutto, giacchè il dover ripetere le osservazioni per la poca attendibilità dei primi risultati ottenuti, ingenera sempre dubbio e perplessità a scapito della soddisfazione morale di chi opera e del suo credito presso chi per avventura sorvegliasse il di lui lavoro.

Esempio 2.° = La fig. 5 Tav.ª VI.ª rappresenta nella scala di un decimo un'altra osservazione fatta nell'istesso giorno e sul medesimo piano di quella dell' Esempio primo esposto al metodo N. 5, per cui dovrà riescire approssimativamente identica la declinazione del piano. Il punto q venne segnato ad ore 9. 49' 30'' antimeridiane d' un orologio che si riteneva registrato a tempo medio di Roma, la qt è di millimetri 461,50, la rt millimetri 131, l'altezza dello stilo millimetri 395. Si avrà quindi

$$\tan x = \frac{131}{395}$$

$$\begin{array}{rl} \log 131 \;.\; = & 2{,}1172713 \\ -\log 395 \;.\;.\; & 2{,}5965971 \\ \hline \log \tan x = & 9{,}5206742 \end{array}$$

e quindi

$$x = 18^\circ\, 20'\, 52''$$

$$\tan P = \frac{461{,}50 \cos x}{395} = \frac{461{,}50 \cos 18^\circ\, 20'\, 52''}{395}$$

$$
\begin{array}{lr}
\log 461{,}50 \quad . \quad . & 2{,}6641717 \\
+ \log\cos 18°\,20'\,52'' & 9{,}9773409 \\
\hline
 & 2{,}6415126 \\
- \log 395 \quad . \quad . \quad . & 2{,}5965971 \\
\hline
\log\tan P = & 0{,}0449155
\end{array}
$$

e quindi $P = 47°\,57'\,27''$

a cui, secondo la Tavola B, corrisponde una correzione per rifrazione di 0° 0' 52", e quindi

$$
\begin{array}{lr}
P \text{ apparente } = & 47°\,57'\,27'' \\
\text{correzione } . \quad . & 0 \quad 0 \quad 52 \\
\hline
P \text{ vero } = & 47 \quad 56 \quad 35
\end{array}
$$

$$
\cos h = \frac{\operatorname{sen} 47°\,56'\,35''}{\cos 45°\,56' \cos 15°\,43'\,39''} - \frac{\operatorname{sen} 45°\,56' \operatorname{sen} 15°\,43'\,39''}{\cos 45°\,56' \cos 15°\,43'\,39''}
$$

$$
\begin{array}{lrr}
 & \log.\ \operatorname{sen} 47°\,56'\,35'' & 9{,}8706844 \\
\log\cos 45°\,56' \quad . \quad = 9{,}8422939 & & \\
+ \log\cos 15°\,43'\,39'' = 9{,}9834286 & & \\
\hline
 & 9{,}8257225 & 9{,}8257225 \\
\hline
 & \log \text{ della } 1.^a \text{ frazione} & 0{,}0449619 \\
 & \log\operatorname{sen} 45°\,56' \quad . & 9{,}8564455 \\
 & + \log\operatorname{sen} 15°\,43'\,39'' & 9{,}4330693 \\
\hline
 & & 9{,}2895148 \\
 & & - 9{,}8257225 \\
\hline
 & \log \text{ della } 2.^a \text{ frazione} & 9{,}4637923
\end{array}
$$

al log 0,0449619 corrisponde il N. 1,109080
al log 9,4637923 » » 0,290932

$$\cos h = 0{,}818148$$

e ritornando dal suddetto residuo ai logaritmi, sarà

$$\log\cos h = 9{,}9128318$$

da cui $h = 35°\,6'\,0''$

che, convertito in tempo, corrisponde ad ore 2.20'24"; e deducendo da ore 12, perchè l'ora in cui fu segnato il

punto q era antimeridiana, si avrà l' ora precisa a tempo vero del luogo in cui fu segnato il punto q in $9^h\,39'\,36''$ antimeridiane. Se si aggiungono a detta ora i minuti 18 dati dalla Tav.ª C per tradurre il tempo vero del luogo in medio di Roma, si avrà $9^h\,57'\,36''$, che confrontata con quella data dall' orologio nell' istante in cui fu segnato il punto q, dimostra che esso orologio era in ritardo di minuti $8'\,6''$. Se ora si volesse usare del ripiego di trovare la declinazione del piano senza calcolare l' azimut A, come si è detto, bisognerebbe prima ridurre l' orologio a tempo vero del luogo, per il che lo si avanzerà dei minuti $8'\,6''$ di cui è in ritardo, per ridurlo al preciso tempo medio di Roma, oppoi lo si ritarderà di minuti 18 per rimetterlo dal tempo medio di Roma al tempo vero del luogo; che è quanto dire che, siccome l' ora precisa a tempo vero del luogo corrispondente all' istante della fatta osservazione era $9^h\,39'\,36''$, mentre l' orologio segnava le $9^h\,49'\,30''$, così basterà ritardarlo dell' eccesso di tempo ch' esso aveva sopra l' ora data dall' angolo h, ossia di minuti $9'\,54''$, ed attendere poi che esso così registrato indichi il mezzodì, per segnare il punto q', come vedremo in seguito.

Procedendo frattanto a cercare l' azimut A, avremo:

$$\text{sen } A = \frac{\cos 15^\circ\,43'\,39'' \ \text{sen } 35^\circ\,6'\,0''}{\cos 47^\circ\,56'\,35''}$$

$$\begin{array}{rr}
\log \cos 15^\circ\,43'\,39'' & 9{,}9834286 \\
+ \log \text{sen } 35^\circ\,6'\,0'' & \underline{9{,}7596718} \\
 & 9{,}7431004 \\
- \log \cos 47^\circ\,56'\,35'' & \underline{9{,}8259898} \\
\log \text{sen } A = & 9{,}9171106
\end{array}$$

da cui $$A = 55^\circ\,42'\,55''$$

Ora, siccome il piano declina verso levante, ed il punto q fu segnato in ore antimeridiane, così uso l' equazione (2)

$$\delta = A - x$$

ossia $$\delta = 55^\circ\,42'\,55'' - 18^\circ\,20'\,52''$$

per cui $$\delta = 37^\circ\,22'\,3''$$

che c'à una differenza affatto trascurabile di minuti 3' 9" di grado in più sopra quella trovata nell' Esempio 1.° per lo stesso piano e nel medesimo giorno col metodo N. 5.

Esempio 3.° = Sia il punto q' quello segnato nell' istante del mezzodì a tempo vero del luogo, sia $q't$ mill. 854,65, vt millimetri 302,20. Calcolando in modo affatto eguale a quello usato pel punto q, avremo:

$$\text{tang } x = \frac{302,20}{395}$$

$$\begin{array}{lr} \log 302,20 & 2,4802945 \\ -\log 395,00 & \underline{2,5965971} \\ \log \text{tang } x = & \underline{9,8836974} \end{array}$$

da cui $x = 37° 25' 6"$

$$\text{tang } P = \frac{854,65 \cos 37° 25' 6"}{395}$$

$$\begin{array}{lr} \log 854,65\ .\ .\ . & 2,9317883 \\ +\log \cos 37° 25' 6" & \underline{9,8999409} \\ & 2,8317292 \\ -\log 395\ \ .\ .\ . & \underline{2,5965971} \\ \log \text{tang } P = & \underline{0.2351321} \end{array}$$

da cui $P = 59° 48' 13"$

a cui corrisponde, secondo la Tavola B, una correzione per rifrazione di 0° 0' 34", e quindi

$$\begin{array}{lr} P \text{ apparente} & 59° 48' 13" \\ - & \underline{0\ \ 0\ 34} \\ P \text{ vero} & \underline{59° 47' 39"} \end{array}$$

$$\cos h = \frac{\text{sen } 59° 47' 39"}{\cos 45° 56' \cos 15° 43' 39"} - \frac{\text{sen } 45° 56' \text{ sen } 15° 43' 39"}{\cos 45° 56' \cos 15° 43' 39"}$$

ed approfittando dei valori già trovati negli Esempj primo e secondo, avremo:

$$\begin{array}{lr} \log \text{sen } 59° 47' 39" & 9,9366262 \\ - & \underline{9,8257225} \\ & \underline{0,1109037} \end{array}$$

e passando ai numeri 1,290932
riporto il numero corrispondente alla 2.ª frazione già adoperato negli Esempj 1.º e 2.º 0,290932

$$\cos h = 1,000000$$

e quindi $h = 0$

il qual valore di h posto nella formola che serve a trovare l' azimut A, darà anche $A = 0$, e resterà la declinazione del piano eguale al già trovato valore di x, cioè:

$$\delta = 37^\circ 25' 6''$$

che differisce di una quantità trascurabile dagli altri valori della declinazione stessa già trovati negli Esempj primo e secondo.

Esempio 4.º = Sia il punto q'' segnato ad ore 11.54′ 54″ a tempo medio di Roma approssimativamente, sul medesimo piano, e nell' istesso giorno degli altri tre esempj suesposti, e siano $rt'' = 233,50$, $q''t'' = 783,60$. Avremo:

$$\text{tang } x = \frac{233,50}{395}$$

log 233,50	2,3682869
— log 395 .	2,5965971
log tang x =	9,7716898

da cui $x = 30^\circ 35' 20''$

$$\text{tang } P = \frac{783,60 \cos 30^\circ 35' 20''}{395}$$

log 783,60	2,8940944
+ log cos 30° 35′ 20″	9,9349228
	2,8290172
— log 395	2,5965971
log tang. P =	0,2324201

e quindi $P = 59^\circ 38' 52''$

a cui corrisponde una correzione per rifrazione di 0° 0′ 34″ e quindi

P apparente	59° 38′ 52″
—	0 0 34
P vero	59 38 18

ed approfittando dei valori già trovati come sopra

log sen 59° 38′ 18″	9,9359363
—	9,8257225
	0,1102138

e passando ai numeri	1,28890
—	0,29093
$\cos h =$	0,99797

e ritornando ai logaritmi

$$\log \cos h = 9{,}9991175$$

da cui $h = 3° 39' 5''$

che convertito in tempo, corrisponde ad ore 0.14′ 36″; e sottraendo da ore 12, perchè il punto venne segnato in ore antimeridiane, avremo l'istante a tempo vero del luogo in cui fu segnato il punto q'' in 11^h 45′ 24″, a cui aggiungendo i minuti 18 per ridurre l'ora a tempo medio di Roma, avremo che in quell'istante l'orologio avrebbe dovuto segnare ore 12.3′ 24″: e siccome non ne segnava che 11^h 54′ 54″, così si rileva che esso era in ritardo di minuti 8′ 30″. Passando a cercare l'azimut A, avremo

$$\operatorname{sen} A = \frac{\cos 15° 43' 39'' \ \operatorname{sen} 3° 39' 5''}{\cos 59° 38' 18''}$$

log cos 15° 43′ 39″	9,9834286
+ log sen 3° 39′ 5″	8,8040414
	8,7874700
— log cos 59° 38′ 18″	9,7036839
log sen A =	9,0837861

da cui $A = 6° 57' 57''$

ed usando l' equazione (3), perchè il punto q' è compreso fra la verticale passante pel piede dello stilo e la linea del mezzodì, avremo:

$$\begin{aligned} A &= 6^\circ 57' 57'' \\ +x &= 30\ 35\ 20 \\ \delta &= 37^\circ 33' 17'' \end{aligned}$$

Riassumendo ora i risultati delle quattro osservazioni fatte nella medesima giornata,

Esempio 1.° $\delta = 37^\circ 18' 54''$
» 2.° $\delta = 37\ 22\ 3$
» 3.° $\delta = 37\ 25\ 6$
» 4.° $\delta = 37\ 33\ 17$

e prendendo per declinazione effettiva del piano la loro media, avremo

$$\delta = 37^\circ 24' 50''$$

CAPITOLO II

Trovare la lunghezza del gnomone e l'altezza dello stilo proporzionata all'altezza del piano del quadro

Allorquando nella costruzione dell'orologio solare, oltre le linee orarie entrano anche le linee diurne, oppur anche la sola linea del tempo medio, è indispensabile lo stabilire a priori un' altezza di stilo tale, che l' ombra più lunga del medesimo non esca dal limite inferiore del quadro; e ciò è necessario anche quando, limitandosi alle sole linee orarie, si volesse con formole trigonometriche verificare una costruzione grafica, giacchè l' altezza dello stilo è l' unità di misura sulla quale sono regolate le lunghezze di tutte le linee che entrano nella costruzione.

Sia dunque (Tav.ª VII.ª) l'altezza del piano di metri 2,50. Siccome verso il limite inferiore occorrerà che sopravanzi uno spazio sufficiente affinchè tra la linea diurna del Tropico

del Cancro e la cornice del quadro si possa porvi dei numeri o dei segni, come pure altro piccolo spazio occorrerà verso il limite superiore, ondo non porre il centro orario propriamente sul margine del quadro, ciò che sarebbe d'incomodo al libero uso del centro stesso nelle varie emergenze e specialmente pel collocamento del gnomone; così, deducendo per esempio dall'altezza del quadro uno spazio inferioro di un 25 centimetri, ed uno superiore di altri cinque, residueranno metri 2,20 rappresentanti l'altezza utile da impiegarsi fra il centro orario ed il punto in cui la linea del Tropico del Cancro interseca la linea del mezzodì, ossia la mezzaria del quadro. Non occorre avvertire che, quando la ricerca dell'altezza dello stilo la si fa perchè sull'orologio solare s'intende costruire le linee diurne o la linea del tempo medio, od anche solamente che sopra la linea del mezzodì a tempo vero s'intendono segnare dei punti corrispondenti a certi giorni dell'anno, interessa di impiegare un'altezza di stilo che sia la maggiore possibile, compatibilmente coll'altezza del quadro, ondo avere un maggior sviluppo nelle altezze delle ombre; che se si volesse abbellire il quadro con degli ornati, questi non dovrebbero causare un inutile spreco di una superficie stata preparata con una cura eccezionale.

Sia dunque (Tav.ª VII a), come si è veduto nella costruzione grafica, C il centro dell'orologio, F il ribaltamento del centro del foro del gnomone, P la sua projezione sul piano del quadro ossia il piede dello stilo. Sarà CF la lunghezza del gnomone ossia la distanza nello spazio fra il centro orario C ed il centro F del foro del gnomone, e sarà PF l'altezza dello stilo ossia la distanza fra il detto centro del foro del gnomone e la sua projezione sul piano. Sia la latitudine geografica $L = 44^\circ$ e la declinazione orientalo del piano $\delta = 25^\circ$. Dalla formola

$$1) \qquad CF = \frac{A \text{ sen } (L - \pi)}{\cos \pi}$$

ponendo per A l'altezza utile del piano da impiegarsi, per π la declinazione massima del Sole nel giorno del solstizio estivo, che è di gradi 23.28' (*), e per L la lati-

(*) Per più precisi calcoli si avverte che la declinazione massima del Sole in giornata eccede di pochi secondi i gradi 23.27'.

tudine del luogo, si avrà in CF la lunghezza del gnomone. Nel caso concreto avremo

$$CF = \frac{\text{metri } 2{,}20 \text{ sen } (44^\circ - 23^\circ 28')}{\cos 23^\circ 28'}$$

log 2,20 . .	0,3424226
+ log sen 20° 32′	9,5450005
	9,8874231
— log cos 23° 28′	9,9625076
log CF	9,9249155

da cui CF = metri 0,841231

il qual valore posto nella formola

(2) $PF = \cos L \cos \delta . CF$

darà $PF = \cos 44^\circ \cos 25^\circ \times$ metri 0,841231

e passando ai logaritmi

log cos 44° .	9,8569341
+ log cos 25° .	9,9572757
+ log 0,841231	9,9249155
log PF	9,7391253

e quindi PF = metri 0,548435

Al caso pratico, per la misura effettiva dello stilo torna più comodo l'aver scelto un numero non molto frazionario, per cui al trovato valore di PF converrà sostituire per esempio metri 0,55, cercando però nell'istesso tempo il corrispondente nuovo valore anche di CF facendo nella formola (2)

$$CF = \frac{PF}{\cos L \cos \delta}$$

log metri 0,55 . . .		9,7403627
log cos 44°	9,8569341	
+ log cos 25°	9,9572757	
	9,8142098	9,8142098
log CF		9,9261529

e quindi CF = 0,843632

Impiegando quindi un' altezza di stilo di metri 0,548435 il punto d' ombra più lontano dal centro orario sulla linea del mezzodì sarà a metri 2,20 dal centro stesso, o siccome noi per altezza dello stilo abbiam preso invece metri 0,55, così la detta distanza verrà ad essere di alcun poco aumentata (nel nostro esempio si ha un aumento di circa sei millimetri), il qual aumento per altro non riesce di alcuna conseguenza, attesochè lo spazio da lasciar libero verso il limite inferiore del quadro era in nostro arbitrio lo stabilirlo; che se invece, per motivi speciali, questo punto d'ombra più lontano fosse fissato in modo da non poterlo assolutamente variare, allora si avrebbe dovuto ritenere per altezza di stilo quella primieramente trovata.

Colle esposte formole si può anche trovare un' altezza di stilo tale che lo spettro solare arrivi in un dato punto sulla linea del mezzodì in un giorno prefisso dell' anno. Basterà a tal uopo porre nella formola (1) per A la distanza fra il punto che si vuol scegliere per centro orario e quello in cui si deve trovare lo spettro solare nel fissato giorno, e per π la declinazione del Sole corrispondente al giorno medesimo, avvertendo però che per i punti posti al disopra dell' equinoziale, corrispondenti quindi a giorni compresi fra l' equinozio d' autunno e quello di primavora, si usi $L + \pi$, e per gli altri invece $L - \pi$; per un giorno d'equinozio poi, dovendo essere $\pi = 0$, la formola (1) si ridurrà a

$$CF = A \text{ sen } L$$

È superfluo far osservare come le suesposte regole possano prestarsi a diverse curiose combinazioni.

CAPITOLO III.

Costruzione delle linee orarie

Rappresenti la Tav.ª VII.ª il piano del quadro, e condotta una verticale sulla mezzaria del medesimo, si prenda questa verticale per linea del mezzodì; perciò sopra di essa stabilito un punto C alla distanza di circa cinque centimetri dal limite superiore, come si è detto antecedente-

mente, si consideri questo punto C per centro dell'orologio. Nella formola

$$(3) \qquad CO = CF \text{ sen } L$$

si pongano i già trovati valori ed avremo

$$CO = \text{metri } 0{,}843632 \text{ sen } 44^\circ$$

log 0,843632	9,9261529
+ log sen 44°	9,8417713
log CO	9,7679242

da cui $\qquad CO = \text{metri } 0{,}586036$

Presa quindi sulla linea del mezzodì la porzione CO, avremo in O il punto per cui condurre l'orizzontale passante pel piede dello stilo. Ad abondanza si avverte che la stessa CO si ottiéno anche con quest' altra formola

$$CO = \frac{\text{tang } L}{\cos \delta} PF$$

il che può all' evenienza servire di controlleria.

Posti gli opportuni valori nella formola

$$(4) \qquad OP = \text{tang } \delta . \ PF$$

avremo

$$OP = \text{tang } 25^\circ \times \text{metri } 0{,}55$$

log tang 25°	9,6686725
+ log 0,55 . .	9,7403627
log OP	9,4090352

da cui $\qquad OP = 0{,}256470$

Prendendo quindi sull' orizzontale passante per O la porzione OP da quella parte del punto O che riesce in senso opposto alla qualità della declinazione del piano (nel caso concreto, essendo orientale la declinazione, la OP dovrà prendersi ad occidente del punto O, cioè a sinistra del medesimo), si avrà nel punto P il piede dello stilo, e conducendo la CP, sarà questa la sostilare, e l' angolo OCP sarà l' angolo che la sostilare fa colla linea meridiana, angolo che noi chiameremo SM.

Approfittando ora della costruziono grafica per puro corredo doll' esposizione, se dal punto P conduciamo PF' perpendicolare a CP, e facciamo PF= metri 0,55, abbiamo in FCP il ribaltamento dell' angolo che il gnomone od asse del mondo fa colla sostilare, angolo che noi chiameremo AS: passando ora alla ricerca dei due angoli SM ed AS, li avremo dalle formole

(5) $\qquad$ $\operatorname{tang} SM = \operatorname{sen} \delta \operatorname{cottang} L$

$$\begin{array}{lr} \log \operatorname{sen} 25^{\circ} & 9{,}6259483 \\ + \log \operatorname{cottang} 44^{\circ} & 0{,}0151628 \\ \hline \log \operatorname{tang} SM & 9{,}6411111 \end{array}$$

da cui $\qquad$ $SM = 23^{\circ}\,38'\,9''$

(6) $\qquad$ $\operatorname{sen} AS = \cos L \cos \delta$

$$\begin{array}{lr} \log \cos 44^{\circ} & 9{,}8569341 \\ + \log \cos 25^{\circ} & 9{,}9572757 \\ \hline \log \operatorname{sen} AS & 9{,}8142098 \end{array}$$

da cui $\qquad$ $AS = 40^{\circ}\,41'\,17''$

Si avverto che, siccome nell' ora trovato valore di AS vennero trascurati i decimi di minuto secondo, così, allorquando nel seguito del lavoro occorrerà di adoperare il logaritmo di *seno* AS, se si cercherà nuovamente il logaritmo di *sen* 40° 41' 17", si avrà una differenza in meno nelle ultime due cifro in confronto del logaritmo di *seno* AS ora somministrato dalla formola (6); si è perciò adottato il sistema di adoperar sempre il logaritmo di un valore qualunque, sia angolare sia lineare, come viene somministrato direttamente dalle formole, invece di ritornare dal valore trovato al suo logaritmo, essendo il primo il più esatto perchè contiene anche le frazioni stato trascurate nel passare dal logaritmo al valore numerico. Così per esempio, quando occorro il logaritmo di *seno* AS, noi porremo sempre 9,8142098, quantunque cercando il logaritmo di *seno* 40° 41' 17" si avrebbe solamente 9,8142078. E ciò serva per regola generale in ogni altro caso analogo, osservando per altro che la presente avvertenza venne fatta non per mostra di maggior precisiono, giacchè la poca differenza

fra i due logaritmi non è di alcuna conseguenza, ma bensì per ovviare al caso che taluno avesse a prendere per errori sovonti volte ripetuti ciò che venne fatto ad arte.

La sostilare essendo una retta che passa per il centro orario, rappresenterà essa pure un' ora come un' altra linea oraria qualunque, salvo che quest' ora sarà il più delle volte frazionaria. Chiamando con TS l'angolo che, in gradi dell' Equatore, rappresenta l' ora segnata dalla sostilare, se ne avrà il valore colla formola

$$\text{(7)} \qquad \text{tang } TS = \frac{\text{tang } SM}{\text{sen } AS}$$

ossia

$$\text{tang } TS = \frac{\text{tang } 23^\circ 38' 9''}{\text{sen } 40^\circ 41' 17''}$$

$$\begin{array}{rr} \text{log tang } 23^\circ 38' 9'' & 9{,}6411111 \\ -\text{log sen } 40^\circ 41' 17'' & \underline{9{,}8142098} \\ \text{log tang } TS & \underline{9{,}8269013} \end{array}$$

da cui

$$TS = 33^\circ 52' 21''$$

che, convertito in tempo colla Tav.a A, darà ore 2.15'29'', e sottraendo da ore 12, perchè la sostilare cade fra le ore antimeridiane, avremo che la sostilare rappresenta l' ora

9.44' 31'' antimeridiana.

Essendo ormai noti tutti gli elementi necessarj per la ricerca degli angoli orarj, questi saranno conosciuti colla formola

$$\text{(8)} \qquad \text{tang } HS = \text{sen } AS \text{ tang } TG$$

in cui per HS s' intende l' angolo che una linea oraria qualunque fa colla sostilare (giacchè per lo calcolazioni torna assai più comodo il cercare gli angoli che le linee orarie fanno non già colla linea del mezzodì, ma bensì colla sostilare), e con TG s' intende lo spazio di tempo decorrente fra la linea oraria che si considera e la sostilare, ridotto però in gradi dell'Equatore secondo la Tav. A.

Sia per esempio a trovarsi l'angolo che fa colla sostilaro la linea oraria delle $VIII$ antimeridiane. Considerando che questa dista da mezzodì lo spazio di ore quattro, equivalenti

a gradi 60, e che, come abbiam già trovato, la sostilare dista pure da mezzodì e nell'istesso senso lo spazio di ore 2.15' 29", corrispondente a gradi 33. 52' 21", così la linea oraria in argomento disterà dalla sostilare uno spazio di tempo, che tradotto in gradi, sarà $60^\circ - 33^\circ 52' 21''$, ossia avremo per questo caso $TG = 26^\circ 7' 39''$; per cui dalla formola (8) si avrà

$$\tang HS = \text{sen } 40^\circ 41' 17'' \tang 26^\circ 7' 39''$$

log sen $40^\circ 41' 17''$	9,8142098
+ log tang $26^\circ 7' 39''$	9,6906303
log tang HS	9,5048401

da cui $$HS = 17^\circ 43' 58''$$

Costruendo quindi a sinistra della sostilare (perchè la linoa oraria che si considera è anteriore a quella della sostilare) un angolo di $17^\circ 43' 58''$ colla sostilare stessa, avremo la linea oraria cercata. In quanto poi alla materiale costruzione del detto angolo si fa osservare che, dovendosi esso costruire mediante la sua tangente, bisognerebbe prender per raggio una porzione arbitraria della sostilare a partire dal centro orario, e condurre per il punto così fissato una retta perpendicolare alla sostilare stessa, per indi prendere sulla detta perpendicolare la porzione corrispondente alla tangente dell'angolo moltiplicata per la lunghezza del raggio arbitrario. Se non che, considerando che la sostilare, specialmente se il piano ha una forte declinazione, si discosta assai dalla mezzaria del quadro, che il condurre rette perpendicolari alla sostilare può essere facile causa di errori, e che quindi è meglio ridurre la costruzione materiale al solo uso più facile e sicuro di rette verticali ed orizzontali; così, mentre per la calcolazione torna più comodo il trovare gli angoli orarj riferiti alla sostilare, per la loro effettiva costruzione invece è assai più vantaggioso il riferirli alla linea del mezzodì, la quale, oltre di essere una verticale, presentando così maggior sicurezza il tracciamento di rette perpendicolari alla stessa mediante la livelletta a bolla d'aria, si trova altresí sulla mezzaria del piano del quadro, ciò che rende assai più spedita l'operazione, potendosi sopra una medesima orizzontale segnare più punti

per varie linee orarie a destra ed a sinistra della medesima. Chiamando quindi con HM l'angolo che la linea delle ore *VIII* antimeridiane fa colla linea del mezzodì, si vede che esso sarà eguale all' angolo che essa linea delle ore *VIII* fa colla sostilare, più l'angolo che la sostilare fa colla linea del mezzodì, ossia sarà:

$$HM = 17^\circ\, 43'\, 58'' + 23^\circ\, 38'\, 9'' = 41^\circ\, 22'\, 7''$$

Scelto quindi sulla linea del mezzodì un punto arbitrario *d* (Tavola VII) alla distanza per esempio di metri 1,50 dal centro orario, si conduca per esso un' orizzontale *ef* attraversante tutto il piano del quadro, e soprà tale orizzontale si prenderanno le tangenti degli angoli orarj riferiti alla linea del mezzodì a destra od a sinistra della medesima, finchè gli angoli orarj si saranno allargati di tanto, che la detta orizzontale non riesca più servibile all' uopo; nel qual caso vedremo in seguito come si dovrà supplire, mantenuto sempre il proposito di non adoperare altre costruzioni grafiche all' infuori del tracciamento di rette verticali ed orizzontali. Nell' addotto esempio sarà dunque:

log tang 41° 22' 7"	9,9448011
+ log metri 1, 50	0,1760913
	0,1208924

e passando ai numeri, avremo che la tangente di 41° 22' 7" a raggio di metri 1,50 del centro orario è di 1,32097. Prendendo quindi la trovata distanza sull' orizzontale che si è detto, a sinistra della linea meridiana, ed a partire dalla medesima, si avrà un punto che, congiunto col centro orario, darà la linea oraria cercata.

Sia a costruirsi la linea oraria delle *XI* antimeridiane. Siccome questa linea si trova compresa fra la sostilare e la meridiana, così essa disterà dalla sostilare di una quantità di tempo eguale a quello di cui la sostilare dista dalla meridiana meno quello di cui l' ora che si considera dista pure dalla meridiana, cioè essa disterà dalla sostilare di ore 2. 15' 29" meno una, ossia ore 1. 15' 29", che tradotta

in gradi, darà $TG = 18° 52' 21''$. Veramente, traducendo in gradi le ore 1. 15' 29'' secondo la Tavola *A*, si avrebbero solamente gradi 18. 52' 15'', cioè sei secondi di grado in meno, il che è causato dalle frazioni che si perdono nel fare la riduzione, perdita d'altronde che non porta alcun danno, causando la differenza di un numero di secondi ancor minore nell'angolo orario: ad ogni modo, se si vuole tener calcolo anche di questa piccola differenza, nel trovare il valore di TG, invece di servirsi della distanza che la sostilare ha dalla meridiana in tempo, cioè di ore 2. 15' 29'', si dovrà usarlo in gradi, cioè del valore di $TS = 33° 52' 21''$; per cui, facendo $TG = 33° 52' 21'' - 15° 0' 0''$, avremo il suesposto valore di TG in $18° 52' 21''$, risparmiando così anche l'uso della tavola di riduzione. Anzi, quest'ultimo mezzo sarà quello da seguirsi, e se ciò non venne nel presente caso praticato, fu unicamente per dare maggior evidenza all'esposizione. Avremo dunque

$$\text{tang } HS = \text{sen } 40° 41' 17'' \text{ tang } 18° 52' 21''$$

log sen 40° 41' 17''	9,8142098
+ log tang 18° 52' 21''	9,5338233
log tang HS . . .	9,3480331

da cui $$HS = 12° 33' 49''$$

e trasformando l'angolo HS in HM, cioè riferendo l'angolo orario alla linea del mezzodì, avremo che il nuovo angolo HM sarà eguale all'angolo che la sostilare fa colla meridiana, meno quello che la linea oraria fa colla sostilare, cioè:

$$HM = 23° 38' 9'' - 12° 33' 49'' = 11° 4' 20''$$

log tang 11° 4' 20''	9,2915658
+ log metri 1,50 . .	0,1760913
	9,4676571

e passando ai numeri, avremo che tang 11° 4' 20'' a raggio di metri 1,50 dal centro orario è 0,293533, con che resta individuato il punto per cui condurre la linea oraria, come si è detto più sopra.

Sia da trovare la linea oraria della *I* pom. Avremo:

$$TG = 33^\circ 52' 21'' + 15^\circ 0' 0'' = 48^\circ 52' 21''$$

per cui

$$\text{tang } HS = \text{sen } 40^\circ 41' 17'' \text{ tang } 48^\circ 52' 21''$$

log sen 40° 41′ 17″	9,8142098
+ log tang 48° 52′ 21″	0,0588856
log tang *HS*	9,8730954

da cui $HS = 36^\circ 44' 43''$

e trasformando l'angolo *HS* in *HM*, quest'ultimo sarà eguale al trovato angolo che la linea oraria fa colla sostilare, meno quello che la sostilare fa colla meridiana, cioè

$$HM = 36^\circ 44' 43'' - 23^\circ 38' 9'' = 13^\circ 6' 34''$$

log tang 13° 6′ 34″	9,3671341
+ log 1,50	0,1760913
	9,5432254

e passando ai numeri, avremo la tangente di 13° 6′ 34″ a raggio di metri 1, 50 eguale a metri 0,349321, per indi procedere come sopra.

Operando analogamente a quanto si è fatto, si procede a trovare tutte le altre linee orarie corrispondenti alle ore, mezz'ore, quarti ed anche ai minuti se si vuole, non essendo più questione che di accrescere il materiale del lavoro; come pure si può quindi trovare la linea corrispondente ad un'ora qualunque anche come vuolsi frazionaria per certi usi speciali, come sarebbe per esempio quella del mezzodì vero di Roma, che corrisponderebbe all'ora 11. 46′ 57″ antimeridiana del tempo vero di Milano, e similmente qualunque altra linea corrispondente al mezzodì o ad altre ore di luoghi qualsiansi, come si pratica nella costruzione del *Meridiano Universale* di cui parleremo in fine.

Allorquando l'orizzontale *ef*, che nel nostro esempio fu condotta a metri 1,50 dal centro orario, non può più contenere punti di linee orarie, si può ricorrere al seguente ripiego. Sia per esempio a costruirsi la linea delle ore *VI*

antimeridiane, per la quale si avrebbe $HS = 44^{\circ}\ 9'\ 46''$, e quindi $HM = 67^{\circ}\ 47'\ 55''$: si trovi il complemento di HM che sarà $22^{\circ}\ 12'\ 5'$, si conduca l'orizzontale gh passante pel centro orario, e sopra di questa, alla sinistra perchè l'ora è antimeridiana, si prenda una misura arbitraria Cm, per esempio di metri 2,00 a partire dal centro; si abbassi dal punto m una verticale mn, e sopra di questa si misurerà la tangente dell'angolo di complemento di HM a raggio di metri 2,00. Perciò avremo:

log tang 22° 12′ 5″	9,6107887
+ log 2,00	0,3010300
	9,9118187

e passando ai numeri, sarà la tangente del complemento di HM a raggio di metri 2,00 eguale a 0,816241, la qual misura portata sulla verticale di cui si è detto, darà il punto n per cui condurre la linea oraria cercata.

Per avere una controlleria che le linee orarie siano giustamente segnate, sarà ottima cosa e direi quasi necessaria, quantunque importi alquanto aumento di lavoro, che ogni linea oraria, oltre il centro, sia determinata non già da un punto solo, ma da altri due punti, i quali siano presi alla massima distanza possibile fra loro; il che si potrà ottenere o col servirsi di due orizzontali condotte a distanze diverse dal centro orario, o col sussidio degli angoli di complemento di cui si è detto, o meglio coll'associare ambidue i mezzi convenientemente. Siccome poi un' orizzontale che deve già essere condotta per altri usi, come vedremo in seguito, è quella passante pel piede dello stilo, così tornerà comodo per buona parte delle linee orarie il servirsi di questa onde segnarvi un secondo punto delle medesime, come faremo nell' esempio che ci siam proposto.

Il lavoro poi della calcolazione degli angoli orarj, converrà ordinarlo in un prospetto como quello della Tavola D, che si riferisce alla figura della Tavola VII, avvertendo altresì che le operazioni vengano eseguite passando da un' ora all' altra completando successivamente ciascuna colonna verticale, e ciò per occuparsi di operazioni dello

stesso genere sempre di seguito, perchè passando da una operazione ad un' altra di genere diverso, come sarebbe se si volesse compiere mano mano per ciascun' ora tutte le diverse operazioni nel senso orizzontale, non sarebbe difficile il confondersi la mente, e non si godrebbe il vantaggio d' aver sott' occhio il progressivo andamento degli elementi costituenti i valori angolari nel loro graduale aumento o decremento, a seconda che si avvicinano o si allontanano dalla sostilare Da un tal prospetto della Tavola D si vede qualmente per ogni angolo orario siansi calcolati due punti, ad eccezione dell'ora *V* antimeridiana, per la quale ciò non è stato possibile; ma è per altro a riflettersi che le ore più lontane dal mezzodì sono le meno adoperate negli usi comuni, come anche riescono naturalmente le meno esatte in causa della forte rifrazione della luce per lo stato dell' atmosfera.

Per stabilire i limiti massimi delle ore che possono essere contenute nel piano del quadro osservo che, per principj fondamentali di gnomonica, questo limite è segnato dall'orizzontale passante pel centro dell'orologio, cioè, che la porzione di una tale orizzontale a sinistra del detto centro rappresenterà la linea oraria corrispondente al limite massimo delle ore antimeridiane, e viceversa per le pomeridiane: non resta dunque che di determinare l' ora corrispondente ad una tal linea oraria mediante un' operazione inversa di quella usata per trovare le linee orarie, cioè, data la posizione di una linea oraria, trovare quale ora essa rappresenti.

Considerando che per questa linea oraria abbiamo il valore dell' angolo $HM = 90°$, avremo pur quello dell' angolo che la detta linea oraria fa colla sostilare (riferibilmente alle ore antimeridiane) facendo

$$HS = 90 - SM = 90 - 23° 38' 9'' = 66° 21' 51''$$

Prendendo ora la formola che ha servito alla costruzione degli angoli orarj

$$\text{tang } HS = \text{sen } AS \text{ tang } TG$$

ne cavo il valore di TG, ed avremo

$$\text{tang } TG = \frac{\text{tang } HS}{\text{sen } AS}$$

e sostituendo i valori conosciuti, e passando ai logaritmi

$$\begin{array}{lr} \log \text{tang } 66^{\circ}\,21'\,51'' & 0{,}3588887 \\ -\log \text{sen } 40^{\circ}\,41'\,17'' & 9{,}8142098 \\ \hline \log \text{tang } TG\ .\ .\ . & 0{,}5446789 \end{array}$$

e quindi $TG = 74^{\circ}\,4'\,33''$

che tradotto in tempo darà

ore 4. 56' 18''

rappresentante in tempo la distanza che la linea oraria di cui si tratta ha dalla sostilare; e deducendo questo tempo dal tempo rappresentato dalla sostilare

$$\begin{array}{lr} & \text{ore } 9.\,41'\,31'' \\ - & \text{ore } 4.\,56\ \ 18 \\ \hline \end{array}$$

si avranno ore 4. 48' 13'' antimeridiane

rappresentate dalla linea oraria in questione. Quest' ora medesima indica anche nello stesso tempo il limite massimo delle ore pomeridiane, giacchè, dovendo essere 12 le ore comprese fra la porzione d' orizzontale passante pel centro orario nel senso delle ore antimeridiane e l' altra porzione dell' orizzontale stessa nel senso delle ore pomeridiane, abbiamo appunto che dalle ore 4. 48' 13'' antimeridiane a mezzodì vi sono ore 7. 11' 47'', e da mezzodì alle 4. 48' 13'' pomeridiane vi è la restante porzione di tempo a compire le ore 12

Resterebbe poi ad indagarsi se al trovato limite delle ore, trovandosi il sole sull' orizzonte, ne viene ed in quali stagioni illuminato il piano dell' orologio; ma siccome una tale ricerca non è di alcuna pratica utilità per l' uso comune, così mi credo dispensato dal parlarne onde non aumentare inutilmente la materia.

Prima di passare alla costruzione delle linee diurne credo conveniente di esporre il modo di individuare la linea equinoziale, perchè essa, sebbene veramente sia pure una linea diurna, ha però delle proprietà che forniscono mezzi di controllare il complesso della costruzione dell' orologio, e

perchè viene il più delle volte tracciata sugli orologi solari anche isolatamente da alcun' altra linea diurna, come la più importante di esse. Abbiamo veduto dalla costruzione grafica, che se dal punto F si conduce una perpendicolare ad FC ad incontrare in V la sostilare, e dal punto V si conduce una retta indefinita perpendicolare alla sostilare, questa retta è l'equinoziale. Ora, senza ricorrere alla costruzione di altre linee che non siano orizzontali o verticali, come ci siamo più volte proposto, si dovrà individuare la posizione dell' equinoziale nel seguente modo.

Dalla formola

(9) $$PV = PF \text{ tang } AS$$

si avrà sulla sostilare il punto V in cui essa è attraversata dall' equinoziale, e quindi per l' esempio che abbiamo adottato sarà

$$PV = \text{Metri } 0,55 \text{ tang } 40^\circ 41' 17''$$

log 0, 55	9,7403627
+ log tang 40° 41′ 17″	9,9343838
log PV	9,6747465

e quindi $PV = 0,472875$

Dalla formola

(10) $$OE = \frac{\text{cottang } L}{\cos \delta} \; PF$$

abbiamo il punto E in cui la linea del mezzodì è attraversata dall'equinoziale, e ponendo gli opportuni valori

$$OE = \frac{\text{cottang } 44^\circ}{\cos 25^\circ} \times 0,55$$

log cottang 44°	0,0151628
+ log 0,55	9,7403627
	9,7555255
— log cos 25°	9,9572757
log OE	9,7982498

e quindi $OE = 0,628419$

Conducendo quindi la VE opportunamente prolungata, sarà già individuata trigonometricamente la posizione dell'equinoziale. Siccome però essa, trattandosi di piani declinanti, va sempre ad incontrare in un punto Z l'orizzontale passante pel piede P dello stilo, così colla formola

$$(11) \qquad PZ = \frac{\text{tang } AS}{\text{sen } SM} PF$$

potremo determinare preventivamente anche il punto Z. Sostituendo i valori sarà

$$PZ = \frac{\text{tang } 40^\circ\ 41'\ 17''}{\text{sen } 23^\circ\ 38'\ 9''} \times 0{,}55$$

log tang 40° 41′ 17″	9,9343838
+ log 0,55	9,7403627
	9,6747465
— log sen 23° 38′ 9″	9,6030599
log PZ	0,0716866

e quindi $PZ = 1{,}179470$

e qui si avverte che questo punto Z deve sempre coincidere col punto in cui l'orizzontale passante pel piede dello stilo è attraversata dalla linea delle ore VI od antimeridiane o pomeridiane, secondo la qualità della declinazione del piano, finchè però si tratta di ore a tempo del luogo.

Di più si potrà verificare la lunghezza della porzione di equinoziale EZ colla formola

$$(12) \qquad EZ = \frac{\text{cottang } L}{\text{sen } SM \cos \delta} PF$$

log cottang 44°		0,0151628
+ log 0,55		9,7403627
		9,7555255
log sen 23° 38′ 9″	9,6030599	
+ log cos 25° . . .	9,9572757	
	9,5603356	9,5603356
log EZ		0,1951899

e quindi $EZ = 1{,}567440$

Se il punto Z cade fuori del quadro, per cui non si possano misurare nè la PZ nè la EZ, si potrà sempre fare una controlleria numerica, trovando egualmente i valori di PZ e di EZ, per quindi verificare se sussiste l'equazione

$$EZ^2 = (OP + PZ)^2 + OE^2$$

Ed infine, se si predispone un disegno dell'orologio solare in scala minore del vero per il più opportuno ordinamento di tutto quanto deve figurare nel piano del quadro, come si è detto anche nella parte grafica, volendo eseguire sopra detto disegno, oltre la costruzione trigonometrica, anche la costruzione grafica delle linee orarie, si può colla formola

$$FV = \frac{PF}{\cos AS} \tag{13}$$

avere sulla sostilare il punto che deve servire di centro e descrivere il circolo, giacchè dalla costruzione grafica abbiamo veduto, che il centro del circolo per la costruzione delle linee orarie, si trova sulla sostilare ad una distanza dal punto V eguale a VF; ed inoltre questo valore trigonometrico di FV servirà anche qual raggio a trovare, mediante il noto rapporto fra il diametro e la circonferenza, lo sviluppo di quest'ultima da dividersi in ventiquattresime parti. Si avrà quindi

$$FV = \frac{\text{metri } 0{,}55}{\cos AS}$$

log 0,55	9,7403627
— log cos 40° 41′ 17″	9,8798240
log FV	9,8605387

e quindi

$$FV = 0{,}725335$$

e perciò la ventiquattresima parte del circolo sarà

$$\frac{2\ (0{,}725335)\ 3{,}1416}{24} = 0{,}189892$$

e chiamando c la corda sottesa, ed α l'arco a cui essa si riferisce, che è di 15 gradi, essa corda sarà data da

$$c = 2r \text{ sen } \frac{1}{2} \alpha$$

ossia $\quad c = 2\ (0{,}725335) \text{ sen } 7^\circ\ 30' = 0{,}189356$

Per l'opportuno prolungamento poi della sostilare, siccome l'abbiamo compresa nelle linee orarie, così servirà la sua tangente a raggio di metri 1,50, essendo troppo breve la porzione di retta CP per precisar bene la sua direzione quando essa deve essere prolungata di molto al di quà del punto P.

Tutte le sopra esposte formole sono dedotte mediante le regole comuni della trigonometria piana dalla costruzione grafica, ad eccezione di quella servente a trovare gli angoli orarj in funzione della sostilare, basata sulla trigonometria sferica, che viene suggerita negli *Elementi di Astronomia* del Santini, volume II; *Costruzione degli orologi solari sopra muri verticali;* avvertendo eziandio che una più chiara dimostrazione della medesima si trova esposta nella già citata Memoria dell' ingegnere *Dionigi Biancardi.*

CAPITOLO IV

Costruzione delle linee diurne

È noto dalla gnomonica, che chiamasi *linea diurna* quella che viene individuata sul piano dell'orologio in un giorno qualunque dell'anno dall'ombra portata dall'estremità dello stilo o dal centro dello spettro solare prodotto dal foro del gnomone, e che si possono quindi segnare tante linee diurne quanti sono i giorni dell'anno. Quantunque tali linee da sè stesse servano più a soddisfare una curiosità scientifica, anzichè essere di qualche utilità sugli orologi solari di uso comune, è nondimeno opportuno il parlarne

anche alquanto diffusamente per la loro necessità nel tracciare la curva del tempo medio, come vedremo in seguito.

Richiamerò innanzi tutto, per maggior intelligenza, una proprietà di queste linee, la quale, specialmente a chi intraprende la costruzione di un orologio solare col metodo trigonometrico, dovrebbe essere già nota, cioè, che essendo cadauna di esse l'intersezione del piano dell'orologio con una superficie conica avente il vertice nell'estremità dello stilo, possono essere od ellissi od iperbole, o parabole. Nel *Trattato di gnomonica* del Clavio si trova un mezzo puramente grafico per conoscere a quale delle suddette specie possano appartenere le linee diurne da costruirsi, ma basterà per noi il sapere che, per le nostre latitudini, ad eccezione dell'equinoziale che è sempre e dovunque una retta, tutte le altre sono tante iperbole i cui fochi si trovano sopra la sostilare, per cui riescono simmetriche intorno alla sostilare medesima; si fa presente d'altronde che le formole che verranno esposte sono egualmente servibili indipendentemente dalla specie delle linee da costruirsi, giacchè esse vengono trovate per punti mediante le loro intersezioni colle linee orarie.

Fra le varie linee diurne corrispondenti ai diversi giorni dell'anno sonvi quelle che si riferiscono ai giorni in cui il Sole entra in ciascuno dei dodici segni dello Zodiaco, e che perciò si chiamano linee diurne *zodiacali:* queste linee, ad eccezione di quelle che rappresentano i due Tropici, ossia la linea del solstizio jemale e quella del solstizio estivo, si riferiscono ciascheduna a due segni dello Zodiaco simmetricamente posti prima e dopo di ciascun solstizio, per cui, compresi i due solstizi e l'equinoziale, esse sono in numero di sette (vedi la Tav.ª IV fig.ª 3). Nell'esempio che viene addotto ci occuperemo appunto soltanto di queste linee diurne zodiacali, come quello che più comunemente si costuma descrivere sugli orologi solari, essendo poi cosa affatto ovvia col medesimo processo seguito per queste il calcolare qualunque altra linea diurna, quando si ponga nelle formole l'opportuno valore della declinazione del Sole corrispondente al giorno a cui la linea si riferisce.

Rimandando agli Elementi di Astronomia chi ama studiare cosa s' intenda per *declinazione del Sole* e da quali

leggi essa venga regolata, passo ad esporre le formole per trovare queste linee diurne, avvertendo, come si è già detto, che esse verranno individuate per punti trovati sulle linee orarie, e che quindi queste devono essere già preventivamente calcolate. Prima però di esporre il modo di servirsi delle formole, accennerò quali sono gli elementi che le compongono e come essi vi entrino.

Sia (Tav.ª VI figª 6) C il centro delle linee orarie, Cx una linea oraria qualunque, mn l'equinoziale, CF il gnomone come effettivamente si trova nello spazio. Se immaginiamo un raggio di luce che, passando pel centro del foro F del gnomone, si dirige alla linea oraria, esso la incontrerà in un punto x, che sarà o al disopra o al disotto dell'equinoziale secondo le stagioni, ed in un momento di equinozio incontrerà la linea oraria nel medesimo punto in cui essa è attraversata dall'equinoziale. Nell'istante dell'equinozio poi, trovandosi il Sole nel piano dell'Equatore, cioè in un piano perpendicolare all'asse del mondo, ossia al gnomone, il raggio di luce Fx sarà perpendicolare al gnomone CF, ossia farà collo stesso un angolo retto: in ogni altro tempo questo raggio di luce farà col gnomone un angolo o maggiore o minore di un retto a seconda che il Sole si trova nelle regioni boreali od australi, e la differenza fra questo angolo ed un retto sarà precisamente quella che misura la declinazione del Sole, che noi chiamiamo π. Conoscendosi quindi la declinazione del Sole dalle effemeridi astronomiche, sarà pur sempre noto anche l'angolo in F del triangolo CFx, poichè esso sarà o di 90 gradi, o di $90 + \pi$, oppure di $90 - \pi$, e dando al medesimo una forma che comprenda i tre casi possibili, lo indicheremo con $90 \pm \pi$; come pure sarà sempre noto il lato CF che è la lunghezza costante del gnomone.

Dal medesimo triangolo CFx vediamo che il lato Cx è l'elemento che a noi interessa di trovare, rappresentando esso la distanza fra il centro C dell'orologio ed un punto qualunque x in cui una linea diurna attraversa la linea oraria, e quindi, approfittando della proprietà di tutti i triangoli obliquangoli, che i lati stanno fra loro come i seni degli angoli opposti, facendo entrare nella proporzione gli elementi finora noti e quello che si cerca, e chiamando con h l'angolo FxC che un raggio di luce fa colla linea

oraria, e con y l' angolo FCx che il gnomone fa colla linea oraria, avremo:

$$\frac{Cx}{CF} = \frac{\text{sen}\,(90 \pm \pi)}{\text{sen}\;k}$$

da cui

$$Cx = CF\,\frac{\text{sen}\;(90 \pm \pi)}{\text{sen}\;k}$$

Entrando nell' equazione l' elemento ignoto k, osservo che per proprietà di tutti i triangoli si ha:

$$k = 180° - (90 \pm \pi) - y.$$

Occorre quindi di trovare l' angolo y. Richiamo perciò alla memoria che pella calcolazione degli angoli orarj, si è dovuto considerare la distanza in quantità di tempo, che una linea oraria ha dalla sostilare, la quale quantità di tempo ridotta in gradi dell' Equatore si è denominata TG (che forma la colonna 3 della Tav.ª D), e che questi valori hanno poi servito a trovare gli angoli che ciascuna linea oraria fa colla sostilare, che abbiamo denominati HS (che formano la colonna 6 della Tav.ª D). Ora, per proprietà dei triangoli sferici rettangoli, si ha che

$$\frac{\text{sen}\;HS}{\text{sen}\;TG} = \text{sen}\;y$$

intendendo indicato con y l' angolo che il gnomone fa con una linea oraria qualunque, e che è appunto quello che si cerca; per cui, trovato y, si avrà k, indi Cx.

Si proceda dunque come segue. Nella formola

$$\text{sen}\;y = \frac{\text{sen}\;HS}{\text{sen}\;TG} \qquad (14\;a)$$

si pongano per HS e per TG i valori già noti, riferibili a quella linea oraria sulla quale è il punto che si cerca della linea diurna, che trovansi, come si disse, nelle colonne 3 e 6 della Tavola D, e si avrà il valore di y. Si ponga questo nella formola

$$k = 180° - (90° \pm \pi) - y \qquad (14\;b)$$

e si avrà il valore di k, avvertendo che pel binomio fra parentesi, servirà il segno — quando la declinazione π del Sole è australe, cioè compresa fra l' equinozio di autunno e quello di primavera, o, per spiegarci più chiaramente, per tutte le linee diurne poste al disopra dell' equinoziale, ed il segno + quando la declinazione del Sole è boreale, cioè compresa fra l' equinozio di primavera e quello d'autunno, ossia per le linee diurne poste al disotto dell' equinoziale (consultisi anche per maggior chiarezza la fig. 6 Tav. VI); e ponendo per π il valore della declinazione del Sole nel giorno a cui la linea diurna si riferisce, da desumersi dalle effemeridi astronomiche.

Si ponga questo valore di k nella formola

$$(14\ c) \qquad Cx = \frac{CF \text{ sen } (90 \pm \pi)}{\text{sen } k}$$

avendo la medesima avvertenza che si è detto riguardo ai segni, e ponendo per CF la lunghezza del gnòmone; con ciò si avrà in Cx la cercata distanza fra il centro C dell' orologio ed il punto x in cui la linea diurna attraversa la linea oraria.

L' uso delle suesposte formole venne suggerito dal già nominato opuscolo dell' ing. Dionigi Biancardi, il quale ha più praticamente sviluppato quanto trovasi esposto in proposito negli Elementi di Astronomia del Santini, Vol. II, Capo X, avendo cercato da parte mia di darvi ancora una maggior chiarezza.

Esempio 1.° Trovare il punto in cui la linea oraria delle *VIII* antimeridiane è intersecata dalla linea del Tropico del Capricorno, ossia dalla linea diurna corrispondente al solstizio jemale, che succede il 21 Dicembre. Nella formola (14 a) pongansi i valori di HS e di TG che si riferiscono all' ora in questione, desunti dalla Tav.ª D, e si avrà;

$$\text{sen } y = \frac{\text{sen } 17° \, 43' \, 58''}{\text{sen } 26° \, 7' \, 39''}$$

da cui $\qquad y = 43° \, 45' \, 36''$

Nella formola (14 b) pongansi l' ora trovato valore di y, ed il valore della declinazione π del Sole, che per un giorno di solstizio è la massima, ossia di 23° 28' preceduta

dal segno — per essere la linea diurna in questione posta al disopra dell' equinoziale, e si avrà:

$$k = 180 - (90° - 23° 28') - 43° 45' 36''$$

per cui $$k = 69° 42' 24''$$

Nella formola (14 c) pongansi il trovato valore di k, quello già noto di CF, ed il già impiegato valore di π col relativo segno, ed avremo:

$$Cx = \frac{0,843632 \text{ sen } 66° 32'}{\text{sen } 69° 42' 24''}$$

e passando ai logaritmi

log 0,843632 . .	9,9261529
+ log sen 66° 32' . .	9,9625076
	9,8886605
— log sen 69° 42' 24''	9,9721701
log Cx	9,9164904

da cui $$Cx = 0,82507$$

Esempio 2.° = Trovare il punto in cui la sostilare è intersecata dalla linea diurna corrispondente all'ingresso del Sole nei segni di Aquario e Sagittario, riferibili il primo dal 19 al 20 Gennajo, ed il secondo dal 21 al 22 Novembre. Trattando la sostilare come una linea oraria qualunque, osservasi che per essa si verifica il caso speciale di non poter trovare il corrispondente valore di y colla formola suesposta, non essendovi per la stessa alcun valore di HS nè di TG nella Tavola D; richiamando però ciò che si è detto, cioè che y rappresenta l'angolo che l'asse del mondo o gnomone fa colla linea oraria in argomento, è presto veduto che qui l'angolo y non è altro che il già trovato angolo AS che ha servito per la costruzione delle linee orarie, e quindi avremo

$$y = 40° 41' 17''$$

sostituendo il qual valore nella seconda formola unitamente al valore della declinazione del Sole, che è di 20° 10' affetta dal segno negativo, avremo

$$k = 69° 28' 43''$$

che posto nella terza formola col relativo valore della declinazione del Sole, darà

$$Cx = \frac{0,843632 \text{ sen } 69^\circ 50'}{\text{sen } 69^\circ 28' 43''}$$

e risolvendo sarà

$$Cx = 0,84557$$

Esempio 3.° = Trovare il punto in cui la linea delle ore *XI* è attraversata dall' equinoziale corrispondente dal 19 al 20 Marzo, e dal 22 al 23 Settembre. Avremo:

$$\text{sen } y = \frac{\text{sen } 12^\circ 33' 49''}{\text{sen } 18^\circ 52' 21''}$$

da cui $$y = 42^\circ 15' 32''$$

Osservando che la declinazione del Sole nel giorno degli equinozj è zero, avremo $(90 \pm \pi) = 90^\circ$, e quindi

$$k = 47^\circ 44' 28''$$

per cui $$Cx = \frac{0,843632 \text{ sen } 90^\circ}{\text{sen } 47^\circ 44' 28''}$$

da cui $$Cx = 1,13987$$

Esempio 4.° = Trovare il punto in cui la linea delle ore *XII* è attraversata dalla linea diurna del Tropico del Cancro, ossia del solstizio estivo, che succede dal 20 al 21 Giugno.

$$\text{sen } y = \frac{\text{sen } 23^\circ 38' 9''}{\text{sen } 33^\circ 52' 21''}$$

da cui $$y = 46^\circ 0' 0''$$

e facendo $\pi = 23^\circ 28'$ affetta da segno positivo, perchè la linea urdina è al disotto dell' equinoziale, avremo:

$$k = 20^\circ 32' 0''$$

e $$Cx = \frac{0,843632 \text{ sen } 113^\circ 28'}{\text{sen } 20^\circ 32'}$$

e risolvendo sarà $$Cx = 2,20628$$

E qui si fa osservare che, quest'ultimo valore di *Cc* deve corrispondere alla massima altezza utile del piano del quadro già preventivamente stabilita quando si espose il modo di trovare l'altezza di stilo proporzionata all'altezza del piano da impiegarsi; come infatti si verifica nel concreto caso, essendochè l'aumento che emerge da quest'ultima misura ora trovata in confronto dei metri 2,20 prestabiliti come sopra si disse, è prodotto dall'aver tondeggiato in metri 0,55 il valore di *PF*, che per metri 2,20 era soltanto di metri 0,548435, come d'altronde si è già notato a suo luogo.

S'intenda qui ripetuto ciò che si è detto per le linee orarie sull'opportunità di disporre il lavoro di calcolazione in un conveniente prospetto, come è quello esposto nella Tavola **E**, comprendente la calcolazione di tutti i punti d'intersezione delle linee orarie colle linee diurne zodiacali, di cui sarebbe capace il piano del quadro che si considera nella Tav.ª VII se fosse di illimitata ampiezza, e relativamente alla quantità e qualità della sua declinazione. Dall'ispezione della suddetta Tav.ª E emerge che i valori di *HS*, *TG* ed *y* sono costanti per tutte le linee diurne, che i valori di *k*, quantunque variino da una linea diurna ad un'altra, seguono però una legge tale, che somministra il modo di risparmiare alquanto lavoro, perchè, una volta trovati i valori di *k* corrispondenti alle varie linee orarie e pella sola linea diurna del Tropico del Capricorno, per formare gli analoghi valori di *k* pella linea diurna seguente, si forma la differenza fra la declinazione del Sole che ha servito pel Tropico del Capricorno e quella che deve servire per la linea da calcolarsi, e tale differenza la si sottragga dai *k* del Tropico del Capricorno e si avranno così tutti i *k* della nuova linea diurna, e così si proceda sempre di seguito fino all'ultima linea diurna. Prendiamo ad esempio l'ora *IX* antimeridiana: il suo valore di *k* pel Tropico del Capricorno è di 72° 14′ 25″ con una declinazione del Sole di 23° 28′, la linea diurna seguente riferibile ai segni di Aquario e Sagittario ha per declinazione del Sole 20° 10′, che è minore della prima di 3° 18′; sottraendo questa differenza da 72° 14′ 25″ si ha 68° 56′ 25″, che è il valore di *k* dell'ora *IX* pella linea diurna di Aquario e Sagittario. la quale linea diurna avrà tutti i valori di *k* corrispondenti alle diverse

linee orarie eguali ai valori di k della linea diurna antecedente, ma diminuiti dell' egual quantità costante di 3° 18. Così sottraendo 8° 41' da 68° 56' 25'', si ha il k dell' ora *IX* per la linea diurna di Pesci e Scorpione eguale a 60° 15' 25''; sottraendo 11° 29' da 60° 15'25 si ha il k dell' ora *IX* per la linea equinoziale, eguale a 48° 46' 25''; sottraendo da quest' ultimo ancora 11° 29' si ha $k = 37° 17' 25''$ per Vergine e Toro, e così di seguito. O meglio ancora, con minor pericolo di errore, sarebbe il partir sempre dai valori di k trovati per la linea diurna del Tropico del Capricorno, levandovi successivamente le varie differenze fra la declinazione del Sole relativa al detto Tropico del Capricorno e quella della linea diurna che si considera, le quali differenze sarebbero quindi 3° 18', 11° 59, 23° 28', 34° 57', 43° 38', 46° 56'. Un' altra circostanza da osservarsi si è, che i valori di CFsen$(90 \pm \pi)$, ossia il numeratore della terza formola, che nella Tav.ª E è esposto in forma logaritmica, sono eguali fra loro per ogni due linee diurne simmetricamente poste al disopra e al disotto dell' equinoziale; per cui, se le lineo diurne da calcolarsi sono disposte nel modo che si è detto intorno all' equinoziale, trovati i valori del detto numeratore per le linee poste al disopra dell' equinoziale, essi servono egualmente anche per le altre poste al disotto, come nel caso qui esposto delle linee diurne zodiacali.

Nell' esempio qui addotto si sono calcolate soltanto le lineo delle ore intere, ma all' atto pratico, per ben condurre le linee diurne, occorrerà di calcolare almeno anche le mezz' ore, poichè altrimenti riesciranno troppo distanti fra loro i punti per cui condurre le linee diurne, specialmente verso il solstizio estivo: i quali punti dovranno poi esser congiunti fra loro mediante una curva continua anzichè con delle rette, come per brevità si è praticato nella figura della Tav.ª VII. Le curve poi si dovranno disegnare al tavolo sopra carta, per riportarle sul muro mediante un mezzo meccanico qualunque.

In quanto alle declinazioni del Sole ed al modo di desumerle dalle Effemeridi Astronomiche, è da osservarsi quanto segue. Per le linee diurne zodiacali si ritengano quelle esposte nella Tavola E, come pure si ritenga la disposizione dei segni dello Zodiaco ed i giorni medj in

cui il Sole vi entra, come trovasi indicato sopra ciascuna linea diurna della Tavola VII. Per ogni altro giorno dell' anno poi, siccome le declinazioni del Sole variano di alcuni minuti confrontando quella di un, dato giorno di un anno con quella del giorno analogo di un altro anno consecutivo od antecedente, e ciò per il motivo che, mentre la durata dell' anno tropico è di giorni 365, ore 5.48' 50",2, noi invece ora lo consideriamo di giorni 365 ed ora di 366 (fatta astrazione della variazione nella declinazione a lunghi periodi di tempo); così si avranno assai approssimativamente le declinazioni medie di ciascun giorno desumendole dalle effemeridi di un anno che sia intermedio fra due anni bisestili, cioè che sia di numero pari non bisestile, poco importando del resto che le effemeridi così scelte siano anche non molto recenti, con avvertenza per altro che si debba tener conto anche dei minuti secondi di grado almeno per quei giorni che distano meno di un mese da un solstizio. Delle cause che possono far variare la posizione delle linee diurne a lunghi periodi di tempo, come sarebbe per esempio la *precessione degli equinozj*, è inutile qui far cenno, perchè non occorre tenerne alcun conto. Si badi però che la libertà di servirsi di effemeridi astronomiche anche poco recenti, s'intende limitata per la costruzione delle linee diurne e non già per trovare la declinazione del piano.

In alcuni libri di gnomonica si trovano delle tavole che danno le declinazioni del Sole o per ciascun grado dell' Ecclittica o di tre in tre gradi, colla relativa equazione del tempo; ma queste tavole non sono certamente da preferirsi alle effemeridi astronomiche, cui è anche più facile procurarsi.

Farò cenno anche di una proprietà singolare che ha l' orizzontale passante pel piede dello stilo. Dalla Tav.ª VII si rileva qualmente essa orizzontale, indefinitamente prolungata attraverso al piano del quadro, interseca alcune linee diurne: ora, il punto in cui la detta orizzontale interseca una linea diurna, indica l' ora del levare o del tramontare del Sole nel giorno a cui quella linea diurna si riferisce. Nel nostro esempio, conducendo una linea oraria pel punto *a* (Tav.ª VII) in cui l' orizzontale interseca la linea del Tropico del Capricorno, essa indicherà l' ora

della levata del Sole nel giorno in cui esso entra nel segno di Capricorno, ossia circa l' ora 7.40' antim., come è dato dalle effemeridi astronomiche ; il che sarebbe facile verificare calcolando col metodo solito l' angolo orario delle ore 7.40' antim., per quindi vedere se la sua tangente a raggio CO corrisponde alla misura Oa. Analogamente le linee orarie passanti per b e per c indicheranno le ore della levata del Sole nei giorni in cui esso entra in Aquario ed in Pesci, e finalmente la linea oraria passante per Z conferma appunto la regola indicata, perchè, come ognun sa, in un giorno d' equinozio il Sole sorge appunto in termine medio ad ore VI. Se la declinazione del piano non fosse orientale, come nel nostro caso, ma occidentale, si avrebbero invece analogamente le ore del tramontar del Sole, e se il piano avesse pochissima declinazione e fosse estesissimo in larghezza, si potrebbero avere sopra una medesima linea diurna tanto l' ora della levata quanto quella del tramonto.

Succede sovente che, senza segnare sull' orologio nè le linee diurne nè quella del tempo medio, si desidera avere sulla sola linea del mezzodì i punti corrispondenti alle intersezioni della medesima con alcune linee diurne, che per lo più sono le zodiacali : in questo caso viene in acconcio la seguente formola, più spedita di quelle già adoperate,

$$Ox = PF \frac{\text{tang } (90 - L \pm \pi)}{\cos \delta} \qquad (15)$$

nella quale ponendo i relativi valori come di solito e colle medesime avvertenze che si è detto più sopra riguardo al segno positivo o negativo di π, si ottiene in Ox la distanza che il punto cercato x ha, non più dal centro C delle linee orarie, ma dal punto O in cui la linea del mezzodì è intersecata dall' orizzontale passante pel piede dello stilo.

Esempio. — Sia da trovarsi il punto in cui la linea del mezzodì è attraversata dalla linea del Tropico del Capricorno. Ponendo nella formola gli opportuni valori si avrà :

$$Ox = 0{,}55 \frac{\text{tang } (90^\circ - 44^\circ - 23^\circ 28)}{\cos 25^\circ}$$

e passando ai logaritmi e riducendo

log 0,55 . . .	9,7403627
+ log tang 22° 32'	9,6179385
	9,3583012
— log cos 25° . .	9,9572757
	9,4010255

e quindi $Ox = 0,25178$

il che si può verificare prendendo l'analogo valore di Cx della Tavola E,

che è . .	0,83782
e deducendovi CO	0,58603
residuerà Ox . .	0,25179

con piccola differenza causata dalla trascuranza delle frazioni.

Si è veduto che per eseguire una buona costruzione grafica si richiede un piano, la cui larghezza sia assai rilevante in proporzione della sua altezza, e che anche ad onta di ciò si è costretti di ricorrere a ripieghi poco sicuri per avere le prime ed ultime linee orarie. Ora, siccome ciò non succede punto nella costruzione trigonometrica, potendosi costruire gli angoli orarj anche sopra un piano di larghezza fin che vuolsi limitata, così sarà meglio in questo caso aumentare in altezza ciò che si risparmia in larghezza, onde avere un maggior sviluppo nella linea del tempo medio mediante l'impiego di uno stilo più alto che sia possibile compatibilmente colle diverse circostanze. Nella costruzione trigonometrica la larghezza del quadro non serve ad altro che allo sviluppo delle linee diurne, come appunto per tale scopo si è dovuto praticare nel prodotto esempio; ma per gli usi ordinarj queste linee diurne non riescono molto interessanti, se si eccettuano quelle porzioni che occorrono pella costruzione della curva del tempo medio, mentre invece quest'ultima, quantunque non sia ancora in giornata abbastanza bene compresa, è nondimeno una parte essenzialissima dell'orologio solare, il cui uso si dovrà in seguito generalizzare.

CAPITOLO V

Costruzione della curva del tempo medio

Dopo quanto si è detto sulle linee orarie o sulle diurne, la costruzione della linea del tempo medio (*) riesce un' operazione quasi puramente meccanica. Premetto che quantunque la curva del tempo medio si possa costruire intorno a qualunque linea oraria, noi però la supporremo costrutta intorno alla sola linea del mezzodì, perchè questa è l' ora più favorevole in causa delle circostanze atmosferiche ed anche la più comoda per servirsi dell' orologio solare alla registrazione degli orologi comuni, e perchè, trovandosi essa nella mezzaria del piano, riesce più simmetrico il complesso dell' orologio solare. Che se l' orologio fosse costrutto a tempo di un luogo diverso da quello in cui esso si trova, per cui la linea del mezzodì avesse a deviare alquanto dalla mezzaria del quadro, non potrebbe mai una tale deviazione essere di una quantità tale da apportare sconcerto alle circostanze atmosferiche ned alla simmetria della costruzione, poichè pel nostro Stato, per esempio, un orologio solare a tempo di Roma, costrutto alla massima distanza in longitudine dal meridiano di Roma, avrebbe il mezzodì alla distanza di 24 minuti primi al più da una parte o dall' altra della mezzaria del quadro, ossia dol mezzodì a tempo vero del luogo. Si aggiunge poi che, siccome per avere l' intera curva del tempo medio occorre tutta la lunghezza compresa fra i due Tropici della linea oraria intorno alla quale la curva si costruisce, così, scostandosi troppo dalla mezzaria del quadro, si potrebbe entrare nell' impegno di dover dare a questo un' estensione soverchiamente grande. Il processo d' altronde è sempre lo stesso anche volendo costruire il tempo medio intorno ad una linea oraria comunque posta.

Si costruiscano dunque gli angoli orarj dei due quarti d' ora posti l' uno prima e l' altro dopo mezzodì, calcolandone la suddivisione di cinque in cinque minuti, per poi suddi-

(*) Una nota che si trova nella Onomonica del *Terzi* attribuisce al signor *De-Fouchy* dell'Accademia delle Scienze di Parigi l' invenzione della curva del tempo medio.

videre ancora materialmente ciascuno di questi angoli orarj di cinque minuti in altre cinque parti eguali onde avere i due quarti d'ora divisi in tanti minuti primi. Si costruiscano le porzioni di linee diurne comprese entro i suddetti due quarti d'ora e riferibili a tutti i segni dello Zodiaco, a tutti i primi giorni di ciascun mese, alle quattro epoche in cui il tempo medio è eguale al tempo vero, ed al nodo della curva. Ammesso che il costruttore dell'orologio conosca già le cause che producono la differenza fra il tempo vero ed il tempo medio, in merito alla quale chi è già erudito nei primi elementi di astronomia, vegga il già più volte citato *Santini*, volume I, Capo VII, *Della misura del tempo*, ecc., o per lo meno, ammesso anche solamente, ciò che qui sarebbe più che sufficiente e che tutti ormai sanno, esservi cioè una differenza fra queste due qualità di tempo; osservo che questa differenza fra i due tempi si chiama astronomicamente col nome di *equazione del tempo*, e che questa equazione del tempo oltre di trovarsi sulle Effemeridi Astronomiche, si trova pure sopra una quantità di libri, come guide, diarj, almanacchi, ecc., a comodo di chi crede approfittarne per registrare il proprio orologio ad una linea meridiana non provveduta della curva del tempo medio. Nella Gnomonica del *Professor Giuseppe Sacchi* e nella Nota di gnomonica del *Professore Carlo Pasi* si trova una tabella di equazione del tempo, nella quale, siccome i passaggi dello differenze da un giorno all'altro non sono che di un numero più o men grande di minuti secondi, vengono dato le differenze fra il tempo vero ed il medio soltanto in minuti primi, restando così interpolati i giorni relativi per l'omissione di parte di essi, finchè le differenze sommate non arrivano a formare un minuto primo. Questa tabella, che venne così regolata appunto per la costruzione della linea del tempo medio, è quella esposta nella Tavola F. Dalla modesima si rileva che le quattro epoche in cui il tempo medio coincide col vero sono, il 25 Dicembre, il 1 Settembre, il 16 Aprile ed il 16 Giugno, e che il nodo della curva corrisponde approssimativamente ai giorni 12 Aprile e 29 Agosto, perchè i detti giorni, mentre presentano una differenza eguale e nell'istesso senso fra il tempo vero ed il medio (di un minuto primo antimeridiano), hanno anche una declinazione del Sole fra

loro eguale ed affetta dal medesimo segno, il che è quanto dire che ai detti due giorni corrisponde una medesima linea diurna. È pur inutile il suggerire che la costruzione della linea del tempo medio bisognerà farla sopra carta in grandezza naturale, per poi riportarla sul muro con quei mezzi meccanici che ciascheduno crederà più opportuni. Occorrerà quindi che la carta abbia una larghezza che comprenda comodamente lo spazio degli angoli orarj dei due quarti d'ora laterali alla linea del mezzodì alquanto al disotto del punto più basso della curva, ed una lunghezza che comprenda il centro delle linee orarie ed il punto più basso della curva, perchè le distanze Cx dei punti d'intersezione delle linee diurne colle linee orarie sono date dalle formole, come si è veduto, a partire dal centro orario. Per altro, quando la lunghezza della curva è alquanto rilevante, per cui, comprendendo anche il centro orario, occorrerebbe una lunghezza tale di carta da non esser possibile aver un tavolo ben piano e sufficientemente lungo per farvi la costruzione, si possono riferire le distanze dei punti delle linee diurne non già al centro orario, ma bensì all'orizzontale passante pel piede dello stilo mediante la formola

$$(16) \qquad \text{Secante } HM = \frac{CO}{\cos HM}$$

in cui HM, giusta quanto si è detto nella costruzione delle linee orarie, è l'angolo che una linea oraria qualunque fa colla linea del mezzodì, CO è la porzione di linea del mezzodì compresa fra il centro orario e l'orizzontale passante pel piede dello stilo, che qui è presa per raggio delle funzioni trigonometriche, e Secante HM è la porzione di una linea oraria qualunque intercetta fra il centro orario e l'orizzontale passante pel piede dello stilo. Per ciascuna porzione di linea diurna basterà determinare tre punti sulle tre linee orarie delle $XI.45'$, XII, $XII.15'$, e congiungerli fra loro mediante delle rette. Calcolando quindi per ciascuna linea oraria suddetta la quantità Secante HM, e deducendola dai valori di Cx posti sopra la medesima linea oraria, si avranno i punti delle linee diurne riferiti all'orizzontale di cui si è detto.

Esempio. — Per non complicare inutilmente le figure, invece di considerare una delle tre linee orarie di cui sopra, effettivamente servibili alla costruzione della linea del tempo medio, prendasi un'altra linea oraria qualunque, e sia dessa la sostilare: ponendo nella suesposta formola il valore di HM relativo alla sostilare, tolto dalla Tav.ª D, ed il valore fisso di CO già trovato nella costruzione delle linee orarie, si avrà:

$$\text{Secante } 23^{\circ}\,38'\,9'' = \frac{0{,}586036}{\cos\, 23^{\circ}\,38'\,9''}$$

$$\begin{array}{rl} \log\, 0{,}586036\ .\ . & 9{,}7679242 \\ -\ \log\, \cos\, 23^{\circ}\,38'\,9'' & \underline{9{,}9619486} \\ \log \text{Secante } HM = & \underline{\underline{9{,}8059756}} \end{array}$$

e

$$\text{Secante } HM = 0{,}63970$$

Deducendo quindi il trovato valore di Secante HM da tutti i valori di Cx dati dalla Tavola E, e relativi alla sostilare, si avranno sulla sostilare stessa i punti in cui essa è attraversata dalle linee diurne a partire dall' orizzontale passante pel piede dello stilo. Se il punto che si cerca fosse per esempio quello in cui la sostilare è attraversata dall' equinoziale, esso sarà dato da (Tavola VII)

$$PV = CV - CP$$

e desumendo il valore di CV dalla Tavola E, e ponendo per CP il valore della Secante testè trovato, si avrà:

$$PV = 1{,}11257 - 0{,}63970 = 0{,}47287$$

come infatti si è già trovato nel cercare per altra via lo stesso valore di PV, mediante cioè l'impiego della formola (9). Prendendo poi per raggio trigonometrico una distanza maggiore di CO, si possono riferire i punti delle linee diurne ad un' orizzontale ancor più vicina finchè si vuole al principio della curva del tempo medio, e così ridurre al minimo possibile la lunghezza della carta e del piano su cui fare la costruzione, ciò che in molti casi riescirà assai comodo. Sull' istesso raggio trigonometrico scelto per l' uso che or si disse, si regoli poi anche il sistema superiore di tangenti nella costruzione degli angoli orarj ser-

vienti al tempo medio. Un altro riflesso è da farsi nella costruzione delle porzioni di linee diurne, ed è, che nello stesso modo che le linee diurne zodiacali corrispondono ciascuna, come si è già detto, a due segni dello zodiaco simmetricamente posti intorno ai solstizj, così analogamente succede anche per qualunque altra linea diurna, ad eccezione dei due Tropici o solstizj; succede cioè che ogni linea diurna si può ritenere che rappresenti due giorni dell' anno, i quali siano similmente posti intorno ai solstizj ed abbiano una declinazione del Sole fra loro eguale ed affetta dallo stesso segno: per cui ad ogni linea diurna si hanno due punti della curva del tempo medio, l' uno da una parte e l' altro dall' altra della meridiana del tempo vero.

Apparecchiate dunque tutte le porzioni di linee diurne, e segnate sulle medesime le divisioni dei minuti, si prenda sopra ciascuna linea diurna, a destra del mezzodì vero, cioè dalla parte delle ore pomeridiane, quel numero di minuti e sue frazioni se occorre, dato dalla Tav.ª F, affetto dal segno negativo, che corrisponde al giorno a cui la linea diurna si riferisce; altrettanto si faccia dalla parte delle ore antimeridiane, applicandovi i minuti affetti dal segno positivo, e facendo passare una curva continua pei punti così trovati, si avrà la curva del tempo medio.

La figura 1, Tavola VIII, rappresenta nella scala di poco più di un quinto la disposizione pella costruzione di una curva del tempo medio effettivamente eseguita intorno alla linea del mezzodì a tempo di Roma sopra un orologio solare alla latitudine di 45° 28', con una declinazione occidentale del piano di 8° 46' 15" e con un' altezza di stilo di metri 0,77. Le due estremità superiore ed inferiore della curva, per la loro più difficile esecuzione, non che il nodo della stessa per la maggior necessità di ben determinarne la posizione, vennero rappresentate in grandezza naturale nella figura 2 (*a b c*), restando così anche posti in evidenza i due punti in cui il tempo medio incontra il tempo vero in prossimità ai solstizj, ciò che non era possibile ottenere nella figura 1 per la sua piccola scala; come pure rilevasi che i due culmini superiore ed inferiore della curva, ed il nodo della stessa, non si trovano punto sulla linea del tempo vero, per cui la detta curva non è affatto simmetrica intorno a quest' ultima.

Se il giorno di cui occorre conoscere i minuti di differenza fra il tempo vero ed il medio non si trova sulla Tavola F, si può determinarne i minuti corrispondenti e sue frazioni mediante il confronto coi più prossimi esistenti nella tavola, e ciò con una interpolazione od una semplice proporzione, a seconda del grado di precisione che si desidera raggiungere. Stabilito un giorno del quale si vuol tracciare, la porzione di linea diurna, l' altro giorno opposto ad esso e cadente sulla stessa linea diurna sarà quello che nelle effemeridi astronomiche si troverà avere la medesima declinazione del Sole, o per lo meno la più prossima ed affetta dallo stesso segno. Così per esempio, avendo descritta la linea diurna corrispondente al giorno 1 Febbrajo con una declinazione negativa del Sole di 17° 5', trovo nelle effemeridi che il giorno 10 Novembre, avendo una declinazione del Sole negativa di 17° 10', è il più prossimo corrispondente alla linea diurna del 1 Febbrajo; e così dicasi per qualunque altro giorno. In quanto alla differenza di alcuni minuti fra le due declinazioni è da avvertirsi, che essa o più o meno grande si verificherà sempre, a seconda che si è più o meno lontani da un solstizio; e che, siccome le declinazioni del Sole date dalle effemeridi s' intendono sempre calcolate pel mezzodì di ciascun giorno, così la differenza di cui sopra significherà, per l'esempio suesposto, che al mezzodì del giorno 1 Febbraio corrisponderà non il mezzodì, ma circa l' ora settima pomeridiana del giorno 10 Novembre: si potrà quindi ritenere la media delle due declinazioni colle medesime avvertenze già esposte quando si è parlato dettagliatamente delle linee diurne in quanto alla preferenza da darsi alle effemeridi di un anno che sia a metà distanza fra due bisestili, ed alla maggior cura di tener conto anche dei minuti secondi pelle epoche vicine ai solstizj.

Sarebbe inutile qui il ripetere che quanto si è detto in merito ai giorni che si corrispondono sopra una medesima linea diurna e sull' uso delle Tavola F per l' equazione del tempo, s'intende in termine approssimativo e non assoluto: ciò per altro è sufficiente per la costruzione di una curva del tempo medio di uso comune. Volendosi raggiungere una maggior approssimazione, converrebbe forse meglio dedurre anche l' equazione del tempo da un' effemeride

astronomica, come sopra si è detto, ed in base alle declinazioni del Sole date dalla stessa, scostarsi anche alquanto, se occorre, dalla Tavola F, circa i giorni che si corrispondono sopra una medesima linea diurna e circa quelli in cui il tempo medio corrisponde al vero.

La disposizione delle linee diurne adottata nel nostro esempio vorrei credere che somministri una quantità di punti sufficiente ed abbastanza ben ripartiti per poter descrivere con discreta precisione la curva del tempo medio, potendo del resto ognuno variare tale disposizione a suo piacimento, col trovare linee diurne corrispondenti a giorni diversi ed in maggior quantità di quelli del nostro esempio, purchè vi siano sempre compresi i punti d'incontro del tempo medio col vero ed il nodo della curva. Colla nostra disposizione però di aver compresi i punti corrispondenti al primo giorno di ciascun mese, si ha il vantaggio di poter segnare sopra la curva del tempo medio le diverse tratte della medesima che devono in ciascun mese esser percorse, scrivendovi anche, se le circostanze lo permettono, lungo ciascuna tratta il nome del mese relativo, come si è accennato nella Prefazione, e come si vede nella figura 3.ª Tav.ª VIII, e limitandosi, in quanto a linee diurne intere, al tracciamento delle linee dei due Tropici, che non disturbano punto la curva del tempo medio, ed a quella dell'equinoziale. Per maggior chiarezza poi la curva del tempo medio si potrebbe colorire alternativamente a due tinte diverse secondo le divisioni dei mesi, impiegando lo stesso colore della porzione di curva anche per la scritturazione del relativo mese, la quale scritturazione potrebbe essere ripartita in modo che occupasse tutta la tratta di curva alla quale essa si riferisce (fig. 3 Tavola VIII).

CAPITOLO VI

Ore a tempo di Roma e Meridiano Universale

Supporremo già noto al lettore cosa s'intenda per *longitudine geografica* di un luogo e come essa si misuri, come pure supporremo aver egli già appreso dai principj di gnomonica come il Sole, dovendo nel suo moto diurno

apparente percorrere un circolo parallelo all'Equatore nello spazio di 24 ore, percorrerà 15 gradi di un tal circolo nello spazio di un' ora, ossia un grado in quattro minuti primi di tempo. Epperciò, siccome il meridiano di Roma, in confronto di quello per esempio di Milano, si trova più verso oriente di gradi 3° 15' 45", così, riducendo la detta distanza angolare in tempo, nella proporzione che si è detto, ne conseguo che il Sole si troverà sul meridiano di Roma minuti 13' 3" di tempo prima di trovarsi su quello di Milano, il che è quanto dire, che quando a Roma sarà il mezzodì, a Milano saranno soltanto le ore 11.46' 57"; e similmente quando a Roma saranno le ore *XI* antimeridiane, a Milano saranno le *X*.46' 57" ; quando a Roma sarà la *I* pomeridiana, a Milano saranno le *XII*.46' 57", e così egualmente per tutte le altre ore. Se quindi a Milano si costruisse un orologio solare che, a tempo vero del luogo, segnasse le ore *X*.46' 57", *XI*.46' 57", *XII*.46' 57", ecc., esso indicherebbe con tali linee orarie rispettivamente le ore *XI*, *XII*, *I* del tempo vero di Roma; e che ciò sia possibile di fare, l'abbiam veduto nella costruzione delle linee orarie, dove si è dimostrato che colle formole da noi adoperate si possono costruire linee di ore comunque vuolsi frazionarie. Se dunque a questo linee di ore così frazionarie costrutte sopra un orologio solare a Milano noi diamo il nome di *XI*, *XII*, *I*, ecc, l'orologio sarà non più a *tempo di Milano*, ma bensì a *tempo di Roma*. Siccome poi gli angoli orarj noi li calcoliamo in funzione della sostilare, così, per avere i detti angoli orarj a tempo di Roma, bisognerà attribuire alla sostilare non più l'ora che essa rappresenta a tempo del luogo, ma bensì quella che rappresenta a tempo di Roma, e ciò fatto, procedere in tutto come si è indicato, alla ricerca delle linee orarie.

Esempio — Nell'esempio generale da noi seguito abbiam veduto che la sostilare rappresenta ore 9 44' 31" antimeridiane. Supponendo che il luogo in cui si costruisce l'orologio solare sia posto sul medesimo meridiano che passa per Milano, se all'ora rappresentata dalla sostilare aggiungiamo i minuti 13' 3", avremo che essa rappresenta a tempo di Roma l'ora 9.57' 34" antimeridiana. Si dimanda l'angolo che fa colla sostilare la linea delle ore *VIII* antimeridiane a tempo di Roma. Seguendo il ragionamento

solito per trovare le linee orarie, si osserva che la cercata linea dista dalla sostilare uno spazio di tempo di ore 1.57′34″, che tradotto in gradi dell'Equatore darà $TG = 29°\,23'\,30''$, e quindi colla formola (8) avremo

$$\text{tang}\ HS = \text{sen}\ AS\ \text{tang}\ 29°\,23'\,30''$$

e sostituendo il valore di AS e cavando quello di HS, si avrà

$$HS = 20°\,9'\,52''$$

il quale, confrontato coll'analogo valore di HS dato dalla tavola D per le ore *VIII* a tempo del luogo, che è di 17° 43′ 58″, si trova eccedente sullo stesso di un angolo orario di 2° 25′ 54″, eccedenza che deve rappresentare i minuti 13′ 3″ di cui la linea oraria delle *VIII* a tempo di Roma è in anticipazione sulla linea dell'ora medesima a tempo del luogo. (Si avvorta cho la trovata eccedenza di 2° 25′ 54″ rappresenta la differenza dei minuti 13′ 3″ col tempo di Roma in quantità di angolo orario e non già in gradi dell'equatore). Ed infatti, la linea delle ore *VIII* a tempo di Roma deve corrispondere a quella delle ore *VII*.46′ 57″ a tempo del luogo (Milano): per cui, cercando l'angolo che questa linea dello oro *VII*.46′ 57″ fa colla sostilare, si dovrà ottenere ancora $HS = 20°\,9'\,52''$. Ora, siccome la sostilare rappresenta a tempo del luogo le ore 9.44′ 31″, così, facendo 9.44′ 31″ — 7.46′ 57″, si avrà nel rosiduo 1.57′ 34″ la distanza in tempo fra la linea oraria cercata e la sostilare, che tradotto in gradi dell'Equatore darà $TG = 29°\,23'\,30''$, il quale è ancora lo stesso valore di TG già sopra adoperato, e con cui si è avuto $HS = 20°\,9'\,52''$. Convertendo poscia i trovati valori di HS in HM, e costruendo la linea del tempo medio intorno alle linee orarie colle precise regole già indicate, si potrà avere in un luogo qualunque un orologio solare a tempo medio di Roma, purchè si conosca la misura o la qualità della longitudine del luogo dato rispettivamente al meridiano di Roma. È poi chiaro qualmente colle stesse regole si possa costruire in un luogo qualunque un orologio solare a tempo medio di un altro luogo qualsiasi, purchè si conosca la relaziono di longitudine in cui rispettivamente si trovano fra loro i due luoghi di cui si tratta.

La longitudine, quando si tratta di luoghi pei quali essa non sia già conosciuta, bisognerà desumerla dalle carte o geografiche o topografiche mediante il confronto fra due località di cui la medesima sia già nota, intendendosi qui ripetuto ciò che si è detto nella parte grafica per la latitudine, sulle carte da preferirsi pel nostro Stato e sulla convenienza di servirsi della Tavola II per sperimentare la bontà delle diverse carte di cui occoresse far uso. Veggasi in proposito anche la Tavola L, tolta dal fascicolo di Dicembre 1866 del giornale *l'Ingegnere Architetto*, che fu fatta apprestare dal Ministero dei lavori pubblici nell'occasione che venne adottato in tutto il Regno il *tempo di Roma*; nella quale figura buona parte delle località più importanti d'Italia coll'indicazione del rispettivo tempo riferibilmente al meridiano che passa per la cupola di San Pietro in Roma, avendovi aggiunto pochi altri luoghi tolti dalla Tavola II.

L'uso della tabella per la traduzione del tempo vero del luogo in medio di Roma, come è quella contenuta nella Tavola C (servibile pei luoghi posti sul meridiano di Milano) può talvolta riescire alquanto imbarazzante, essendo essa, per il più gran numero dei luoghi, in parte adjettiva ed in parte sottrattiva, secondo le stagioni; ed è anzi a ritenersi che una tale circostanza sia appunto quella che rende assai limitato anche l'uso dell'ordinaria *Equazione del tempo*. Si può per altro rimediare ad un tale inconveniente, col rendere le tabelle di cui si parla od interamente adjettive od interamente sottrattive. Si osserva perciò che in tutte le località poste ad occidente di un meridiano, il quale disti da quello di Roma di una quantità di longitudine occidentale che corrisponda a minuti 16 di tempo, si potranno costruire orologi solari a tempo vero del luogo e forniti di tabelle tutte adjettive; in tutte le località poste ad oriente di un meridiano il quale disti da quello di Roma di una quantità di longitudine orientale che corrisponda a minuti 14 di tempo, si potranno costruire orologi solari a tempo vero del luogo e forniti di tabelle tutte sottrattive: nei luoghi poi che son posti fra mezzo ai due detti meridiani, si dovranno costruire gli orologi solari non già al tempo vero del luogo, ma al tempo vero di quello dei due suddetti meridiani, che si trova dalla stessa parte

(rispettivamente al meridiano di Roma) in cui si trova il luogo dell' orologio, e con ciò si avranno quì pure le tabelle o tutte adjettive o tutte sottrattive, secondo la scelta del meridiano. Usando di questo ripiego, quando si voglia rinunciare alla conoscenza del tempo vero del luogo, il quale si può ben dire essere ormai affatto inutile, si possono dovunque nel nostro Stato costruire orologi solari in modo tale, che le tabelle da applicare ai medesimi per avere il tempo medio di Roma, siano ridotte a due sole specie, cioè adjettive e tutte fra loro eguali, e sottrattive pur tutte fra loro eguali; o ciò col riferire il tempo di qualunque orologio da costruirsi, ad uno dei due meridiani di cui si è detto.

Si costuma talvolta, per puro lusso di costruzione, di segnare sopra uno spazio convenientemente scelto del quadro dell' orologio, dei punti o dei piccoli tratti di linee corrispondenti al mezzodì tempo vero di alcuni luoghi importanti, il che impropriamente si usa chiamare col nome di *Meridiano universale*. Per quanto ciò possa sembrare un' operazione complicata a chi non è cognito di gnomonica, puro essa si riduce alla calcolazione di angoli orarj colle regole comuni, ed alla ricerca della relazione di longitudine che passa fra il luogo in cui si costruisce l'orologio ed i luoghi a cui si riferiscono i mezzodì da costruirsi; giacchè di altro non si tratta, che di segnare sul piano dell' orologio un punto dell' intersezione del medesimo col meridiano che passa pel luogo dato, il qual meridiano fa quì l' ufficio di un piano orario.

Non sarà fuor di proposito, per chiarir meglio il principio su cui si fonda la costruzione del così detto *Meridiano universale*, di richiamare alcune cognizioni di gnomonica. Nella costruzione di un orologio solare si considera l'estremità dello stilo, oppure il centro del foro del gnomone, come collocato nel centro della Terra, e siccome il gnomone ha la direzione dell' asse della Terra, così esso pure si considera come formanto parte effettiva dell' asse medesimo; per cui il gnomone si chiama da molti anche col nome di *asse* dell' orologio solare. Ne segue da ciò, che gli infiniti meridiani che si possono immaginare tracciati sulla superficie terrestre, dovendo intersecarsi tutti lungo l' asse della Terra, sarà pure il gnomone dell' oro-

logio la linea della comune intersezione di tutti i meridiani, ed il centro dell' orologio sarà un punto dove concorrono tutte le intersezioni del piano dell' orologio coi diversi meridiani. Tutti i piani orarj non sono dunque altro che altrettanti meridiani passanti per luoghi diversi della Terra, e siccome l' angolo che il meridiano di un luogo fa con quello di un altro luogo è appunto la quantita di longitudine che esiste fra i due luoghi, e la longitudine si misura sull' Equatore; così inversamente, conosciuta la longitudine di un luogo rispetto ad un altro, cioè conosciuta la distanza fra i due luoghi in gradi dell'Equatore, e stabilito che, dei meridiani dei due luoghi, deve essere un piano verticale ossia segnare la linea del mezzodì quello del luogo in cui l' orologio si costruisce, non si avrà che a tradurre in tempo, mediante la Tavola A, l'angolo compreso fra i due meridiani, ossia la longitudine trovata, per avere l' ora od antimeridiana o pomeridiana, rappresentata dal meridiano del secondo luogo.

Esempio 1.° — Si voglia costruire sopra un orologio solare che si trova a Milano un punto della linea del mezzodì tempo vero di Parigi. Rilevato dalla Tavola H, o da una carta geografica, che Parigi dista da Milano gradi 6.51′ di longitudine verso Ovest, riduco questa distanza in tempo, ed ho ore 0.27′ 24″: calcolando quindi l' angolo orario che si riferisce all' ora 0.27′ 24″ pomeridiana a tempo vero di Milano, avrò la linea che a Milano rappresenta il mezzodì di Parigi. Se l' orologio solare si costruisse a Parigi, e si volesse ivi segnare il mezzodì di Milano, si avrebbe il medesimo angolo orario, ma dalla parte delle ore antimeridiane, cioè la linea che a Parigi segna l' ora 11.32′ 36″, rappresenterebbe anche il mezzodì di Milano.

Esempio 2.° — Sopra un orologio solare da costruirsi a Torino si voglia segnare il mezzodì di Mosca. Visto che Mosca dista da Torino gradi 29.52′ in longitudine verso Est, e ridotta tale distanza in tempo, si avrà ore 1.59′ 28″, che rappresenta la distanza in tempo fra le ore di Torino e quelle di Mosca; e siccome Mosca ha una longitudine *orientale* rispettivamente a Torino, così la linea oraria che a Torino segna ore 10.0′ 32″ ant., segnerà anche il mezzodì di Mosca.

Gioverà avvertire che le diverse carte geografiche non partono tutte da un medesimo punto nel misurare le longi-

tudini: nei lavori astronomici e nelle carte non molto recenti si prende per lo più per primo meridiano quello che passa per l' *Isola del Ferro;* in alcune più recenti si parte dal meridiano di Parigi, ed in alcune carte speciali dei diversi Stati invece si prende per primo meridiano quello che passa per la rispettiva capitale; bisognerà quindi che chi si accinge a desumere le longitudini di diversi luoghi, se si serve di varie carte, ponga mente ad una tale circostanza, essendo d' altronde cosa affatto ovvia il rimediare all' inconveniente, non trattandosi che di somme e di sottrazioni.

Si fa presente infine che la parte del piano del quadro da costruirvi il *meridiano universale* deve esser scelta in modo che i punti orarj trovinsi tutti al disopra della linea del solstizio jemale, affinchè vengano incontrati dall'ombra del gnomono in ogni stagione dell' anno. In quanto poi alla ripartizione di essi punti, potrà scapricciarsi variamente il costruttore, a seconda della declinazione del piano, della sua configurazione, e dei luoghi a cui essi punti si riferiscono.

Riduzione dei gradi dell' Equatore in tempo e viceversa

GRADI IN TEMPO						TEMPO IN GRADI					
gradi	primi	secon.	ore	primi	secon.	ore	primi	secon.	gradi	primi	secon.
—	—	15	—	—	1	—	—	1	—	—	15
—	—	30	—	—	2	—	—	2	—	—	30
—	—	45	—	—	3	—	—	3	—	—	45
—	1	—	—	—	4	—	—	4	—	1	—
—	2	—	—	—	8	—	—	5	—	1	15
—	3	—	—	—	12	—	—	6	—	1	30
—	4	—	—	—	16	—	—	7	—	1	45
—	5	—	—	—	20	—	—	8	—	2	—
—	6	—	—	—	24	—	—	9	—	2	15
—	7	—	—	—	28	—	—	10	—	2	30
—	8	—	—	—	32	—	—	20	—	5	—
—	9	—	—	—	36	—	—	30	—	7	30
—	10	—	—	—	40	—	—	40	—	10	—
—	20	—	—	1	20	—	—	50	—	12	30
—	30	—	—	2	—	—	1	—	—	15	—
—	40	—	—	2	40	—	2	—	—	30	—
—	50	—	—	3	20	—	3	—	—	45	—
1	—	—	—	4	—	—	4	—	1	—	—
2	—	—	—	8	—	—	5	—	1	15	—
3	—	—	—	12	—	—	6	—	1	30	—
4	—	—	—	16	—	—	7	—	1	45	—
5	—	—	—	20	—	—	8	—	2	—	—
6	—	—	—	24	—	—	9	—	2	15	—
7	—	—	—	28	—	—	10	—	2	30	—
8	—	—	—	32	—	—	20	—	5	—	—
9	—	—	—	36	—	—	30	—	7	30	—
10	—	—	—	40	—	—	40	—	10	—	—
15	—	—	1	—	—	—	50	—	12	30	—
						1	—	—	15	—	—

Tavola delle Rifrazioni

altezza apparente		rifrazione			altezza apparente		rifrazione			altezza apparente	rifrazione		
0°	0'	33'	47'',	9	5°	—	9'	54'',	8	24°	2'	10''	, 3
0	10	31	55	2	5	30	9	9	6	26	1	59	0
0	20	30	10	4	6	—	8	30	3	28	1	49	3
0	30	28	33	2	6	30	7	55	9	30	1'	40	7
0	40	27	3	1	7	—	7	25	6	32	1	33	1
0	50	25	39	6	7	30	6	58	7	34	1	26	3
1	—	24	22	3	8	—	6	34	7	36	1	20	1
1	10	23	10	7	8	30	6	13	1	38	1	14	5
1	20	22	4	3	9	—	5	53	7	40	1	9	4
1	30	21	2	7	9	30	5	36	1	42	1	4	7
1	40	20	5	6	10	—	5	20	0	45	0	58	3
1	50	19	12	5	10	30	5	5	4	48	0	52	5
2	—	18	23	1	11	—	4	51	9	51	0	47	2
2	10	17	37	1	11	30	4	39	5	54	0	42	3
2	20	16	54	2	12	—	4	28	1	58	0	36	4
2	30	16	14	1	12	30	4	17	5	62	0	31	0
2	40	15	36	7	13	—	4	7	7	66	0	26	0
2	50	15	1	6	13	30	3	58	5	70	0	21	2
3	—	14	28	7	14		3	50	0	74	0	16	7
3	10	13	57	9	15		3	34	5	78	0	12	4
3	20	13	28	9	16		3	20	8	82	0	8	2
3	30	13	1	6	17		3	8	6	86	0	4	1
3	40	12	35	9	18		2	57	7	90	0	0	0
3	50	12	11	7	19		2	47	8				
4	—	11	48	8	20		2	38	9				
4	30	10	47	3	22		2	23	4				

Conversione del tempo vero di Milano in medio di Roma

Al tempo vero si aggiungano i sottoesposti minuti primi, ad eccezione di quelli segnati con asterisco che devono levarsi.

Gennajo	2	minuti	17	Maggio	1	minuti	10	Ottobre	4	minuti	2
»	4	»	18	»	15	»	9	»	7	»	1
»	6	»	19	»	30	»	10	»	11	»	0
»	8	»	20	Giugno	5	»	11	»	15	»	1*
»	11	»	21	»	11	»	12	»	20	»	2*
»	13	»	22	»	16	»	13	»	28	»	3*
»	16	»	23	»	20	»	14	Novembre	16	»	2*
»	19	»	24	»	25	»	15	»	21	»	1*
»	22	»	25	»	30	»	16	»	25	»	0
»	27	»	26	Luglio	5	»	17	»	28	»	1
Febbrajo	1	»	27	»	11	»	18	Dicembre	1	»	2
»	21	»	27	»	22	»	19	»	3	»	3
»	28	»	26	Agosto	11	»	18	»	6	»	4
Marzo	5	»	25	»	16	»	17	»	8	»	5
»	9	»	24	»	21	»	16	»	10	»	6
»	12	»	23	»	25	»	15	»	12	»	7
»	16	»	22	»	29	»	14	»	14	»	8
»	19	»	21	Settembre	1	»	13	»	17	»	9
»	23	»	20	»	4	»	12	»	19	»	10
»	26	»	19	»	7	»	11	»	21	»	11
»	29	»	18	»	10	»	10	»	23	»	12
Aprile	1	»	17	»	13	»	9	»	25	»	13
»	5	»	16	»	16	»	8	»	27	»	14
»	8	»	15	»	19	»	7	»	29	»	15
»	12	»	14	»	22	»	6	»	31	»	16
»	16	»	13	»	24	»	5				
»	20	»	12	»	27	»	4				
»	25	»	11	»	30	»	3				

Ore 1	...g ...enti ...f	tangenti naturali dei comp.i di HM sopra verticali a raggio orizzontale di metri 2. 13	*ANNOTAZIONI* 14
4^h 48' 13"			limite delle ore antim.e
V	95	0,141052	
VI	87	0,816241	
VII			
VIII			
IX			
9.44' 31"			sostilare
X			
XI			
XII			meridiana
I			
II			
III			
IV	29	0,638591	
4^h 48' 13"			limite delle ore pomer.e

delle

Pesci e Scorp $\pi = 11^\circ 2$ $(90 - \pi) = 7$ log sen 78° 31 68		Tropico del Cancro $\pi = 23^\circ 28'$ $(90 + \pi) = 113^\circ 28'$ $(\log CF + \log \text{sen}\ 113^\circ 28') = 9{,}8886605$				
	log sei	k			log sen k	Cx
54"	9,6880					
3	9,7254 44					
12	9,8451 10	9°	29'	12"	9,2170047	4,69522
19	9,9006 23	17	45	19	9,4842315	2,53763
24	9,9271 76	22	46	24	9,5878080	1,99918
25	9,9386 96	25	18	25	9,6309030	1,81033
43	9,9409 02	25	50	43	9,6394291	1,77514
3	9,9406 13	25	47	3	9,6384716	1,77905
28	9,9340 76	24	16	28	9,6130557	1,88237
0	9,9159 80	20	32	0	9,5450005	2,20628
0	9,8771 50	13	57	0	9,3821523	3,21002
7	9,7951 14	3	39	17	8,8014372	12,1401
8	9,6116					
0	9,0853					

Equazione del tempo

ESPRESSA IN MINUTI PRIMI

Gennajo 2	+ 4	Maggio 1	— 3	Ottobre 4	— 11
» 4	+ 5	» 15	— 4	» 7	— 12
» 6	+ 6	» 30	— 3	» 11	— 13
» 8	+ 7	Giugno 5	— 2	» 15	— 14
» 11	+ 8	» 11	— 1	» 20	— 15
» 13	+ 9	» 16	0	» 28	— 16
» 16	+ 10	» 20	+ 1	Novembre 16	— 15
» 19	+ 11	» 25	+ 2	» 21	— 14
» 22	+ 12	» 30	+ 3	» 25	— 13
» 27	+ 13	Luglio 5	+ 4	» 28	— 12
Febbrajo 1	+ 14	» 11	+ 5	Dicembre 1	— 11
» 21	+ 14	» 22	+ 6	» 3	— 10
» 28	+ 13	Agosto 11	+ 5	» 6	— 9
Marzo 5	+ 12	» 16	+ 4	» 8	— 8
» 9	+ 11	» 21	+ 3	» 10	— 7
» 12	+ 10	» 25	+ 2	» 12	— 6
» 16	+ 9	» 29	+ 1	» 14	— 5
» 19	+ 8	Settembre 1	0	» 17	— 4
» 23	+ 7	» 4	— 1	» 19	— 3
» 26	+ 6	» 7	— 2	» 21	— 2
» 29	+ 5	» 10	— 3	» 23	— 1
Aprile 1	+ 4	» 13	— 4	» 25	0
» 5	+ 3	» 16	— 5	» 27	+ 1
» 8	+ 2	» 19	— 6	» 29	+ 2
» 12	+ 1	» 22	— 7	» 31	+ 3
» 16	0	» 24	— 8		
» 20	— 1	» 27	— 9		
» 25	— 2	» 30	— 10		

Raccolta delle formole servienti alla costruzione dell'orologio solare

(escluso tutto quanto riguarda la ricerca della declinazione del piano)

DENOMINAZIONI

L Latitudine geografica del luogo.
δ Declinazione del piano.
ϖ Declinazione del Sole.
A Altezza del piano dell'orologio compresa fra il centro orario ed il punto in cui la linea del Tropico del Cancro incontra la meridiana.
C Centro dell'orologio e delle linee orarie.
F Centro del foro del gnomone oppure estremità nello spazio dello stilo.
P Projezione sul piano dell'orologio e normalmente al medesimo del punto F, ossia piede dello stilo.
PF Altezza dello stilo.
CF Lunghezza del gnomone.
Cx Distanza fra il centro orario ed il punto in cui una linea oraria è attraversata da una linea diurna.
SM Angolo della sostilare colla meridiana.
AS Angolo dell'asse del mondo o gnomone colla sostilare.
HS Angolo orario qualunque colla sostilare.
HM Angolo orario qualunque colla meridiana.
TG Tempo decorrente fra una linea oraria qualunque e la sostilare, ridotto in gradi dell'Equatore.
TS Ora rappresentata dalla sostilare.

FORMOLE E LORO USO

1	$CF = \frac{A \text{ sen } (L - \varpi)}{\cos \varpi}$	Lunghezza del gnomone.
2	$PF = \cos L \cos \delta . CF$	Altezza dello stilo.
3	$CO = CF \text{ sen } L$ $CO = \frac{\text{tang } L}{\cos \delta} PF$	Per avere sulla linea meridiana il punto per cui condurre l'orizzontale passante pel piede dello stilo.
4	$OP = \text{tang } \delta . PF$	Per segnare sull'orizzontale il piede dello stilo.

N.	Formula	Significato
5	$\text{tang } SM = \text{sen } \delta \text{ cottang } L$	Angolo che la sostilare fa colla linea meridiana.
6	$\text{sen } AS = \cos L \cos \delta$	Angolo dell' asse del mondo o gnomone colla sostilare.
7	$\text{tang } TS = \frac{\text{tang } SM}{\text{sen } AS}$	Ora corrispondente alla sostilare.
8	$\text{tang } HS = \text{sen } AS \text{ tang } TG$	Angolo che una linea oraria qualunque fa colla sostilare.
9	$PV = PF \text{ tang } AS$	Per avere il punto in cui la sostilare è attraversata dall' equinoziale.
10	$OE = \frac{\text{cottang } L}{\cos \delta} PF$	Per avere il punto in cui la linea meridiana è attraversata dall' equinoziale.
11	$PZ = \frac{\text{tang } AS}{\text{sen } SM} PF$	Punto d' incontro dell' equinoziale coll' orizzontale passante pel piede dello stilo.
12	$EZ = \frac{\text{cottang } L}{\text{sen } SM \cos \delta} PF$	Porzione di equinoziale intercetta fra l' orizzontale passante pel piede dello stilo e la meridiana.
13	$FV = \frac{PF}{\cos AS}$	Raggio del circolo pel tracciamento grafico delle linee orarie.
14 *a*	$\text{sen } y = \frac{\text{sen } HS}{\text{sen } TG}$	Angolo che il gnomone fa con una linea oraria qualunque.
14 *b*	$k = 180° - (90° \pm \pi) - y$	Angolo che un raggio di luce fa con una linea oraria qualunque.
14 *c*	$Cx = \frac{CF \text{ sen } (90 \pm \pi)}{\text{sen } k}$	Distanza fra il centro orario ed il punto d'intersezione fra una linea oraria ed una linea diurna.
15	$Ox = PF \frac{\text{tang } (90 - L \pm \pi)}{\cos \delta}$	Per segnare sulla sola linea meridiana le intersezioni della stessa colle linee diurne.
16	$\text{Secante } HM = \frac{CO}{\cos HM}$	Porzione di una linea oraria qualunque intercetta fra il centro orario e l' orizzontale passante pel piede dello stilo.

Posizione geografica di alcuni luoghi importanti

La *Longitudine* è riferita all' *Isola del Ferro*.
Le lettere poste nella colonna a sinistra delle longitudini indicano la fonte da cui vennero tolti gli esposti elementi, cioè:
a Dalle Effemeridi astronomiche di Milano dell' anno 1800.
b » » » 1825
c » » » 1867.
d Dall'Annuario del *Bureau des longitudes* di Parigi dell' anno 1869

ITALIA		Longitudine		Latitudine	
Ancona	*d*	31°	10'	43°	37'
Assisi	*a*	30	15	43	4
Bergamo	*b*	27	20	45	42
Bologna	*d*	29	1	44	30
Brescia	*b*	27	53	45	32
Cagliari	*d*	26	47	39	13
Casalmaggiore	*b*	28	5	44	59
Civitavecchia	*d*	29	27	42	5
Como	*b*	26	45	45	48
Crema	*b*	27	21	45	22
Cremona	*b*	27	41	45	8
Ferrara	*b*	29	17	44	50
Firenze	*d*	28	55	43	46
Genova	*d*	26	34	44	24
Livorno	*d*	27	58	43	33
Lodi	*b*	27	10	45	19
Lugano	*b*	26	37	46	0
Mantova	*b*	28	28	45	9
Messina	*d*	33	14	38	12
Milano	*d*	26	51	45	28
Modena	*c*	28	35	44	39
Napoli	*d*	31	55	40	52
Nizza marittima	*d*	24	57	43	42
Novara	*b*	26	17	45	27
Padova	*d*	29	33	45	24
Palermo	*d*	31	1	38	7
Parma	*b*	28	0	44	48
Pavia	*b*	26	49	45	11
Piacenza	*b*	27	22	45	3
Pisa	*a*	28	3	43	43
Ravenna	*a*	29	51	44	25
Reggio d' Emilia	*b*	28	18	44	42
Rimini	*a*	30	13	44	4
Roma S. Pietro	*d*	30	7	41	54
Torino	*d*	25	22	45	4
Trieste	*d*	31	26	45	39
Venezia	*d*	30	0	45	26
Verona	*d*	28	30	45	26

PAESI ESTERI

			Longitudine		Latitudine		
Ajaccio	Corsica	*d*	26°	24	41°	55'	N
Aden	Arabia	*d*	62	50	12	46	»
Alessandria	Egitto	*d*	47	31	31	12	»
Algeri	Africa	*d*	20	44	36	47	»
Amborgo	Germania-città libera	*d*	27	38	53	33	»
Amsterdam	Paesi Bassi	*d*	22	33	52	23	»
Anversa	Belgio	*d*	22	4	51	13	»
Arcangelo	Russia Europea	*d*	58	14	64	32	»
Atene	Grecia	*d*	41	23	37	58	»
Bagdad	Turchia Asiatica	*d*	62	2	33	20	»
Baltimora	Stati Uniti d'America	*d*	301	3	39	18	»
Barcellona	Spagna	*d*	19	50	41	23	»
Batavia	Indie Orientali-Giava	*d*	124	28	6	8	S
Berlino	Prussia	*d*	31	4	52	30	N
Boston	Stati Uniti d'America	*d*	306	36	42	21	»
Bombay	Indie orientali	*d*	90	29	18	56	»
Brandeborgo	Prussia	*a*	30	33	52	27	»
Bokara	Turchestan	*d*	80	50	39	33	»
Breslavia	Prussia	*d*	34	42	51	7	»
Brusselles	Belgio	*d*	22	2	50	51	»
Buenos-Ayres	Confederazione Argentina	*d*	319	16	34	36	S
Cadice	Spagna	*d*	11	28	36	28	N
Cairo	Egitto	*d*	48	55	30	2	»
Calcutta	Indie Orientali	*d*	106	0	22	33	»
Cambridge	Inghilterra	*c*	17	45	52	13	»
Canton	China	*d*	130	57	23	8	»
Cincinnati	Stati Uniti d'America	*d*	293	10	39	6	»
Colonia	Prussia	*a*	24	35	50	55	»
Concezione	Chili	*a*	305	0	36	43	S
Copenhagen	Danimarca	*d*	30	15	55	41	N
Corfù	Grecia	*d*	37	36	39	38	»
Costantinopoli	Turchia	*d*	46	39	41	0	»
Cracovia	Polonia	*d*	37	37	50	4	»
Cristiania	Norvegia	*d*	28	23	59	55	»
Delhi	Indie Orientali	*d*	94	52	28	41	»
Dresda	Sassonia	*d*	31	21	51	4	»
Dublino	Irlanda	*d*	11	19	53	23	»
Edimborgo	Scozia	*d*	14	29	55	57	»
Filadelfia	Stati Uniti d'America	*d*	302	30	39	57	»
Gerusalemme	Siria	*d*	52	53	31	47	»
Gibilterra	Spagna	*d*	12	19	36	6	»
Ginevra	Svizzera	*d*	23	49	46	12	»
Goa	Indie Orientali	*a*	91	25	15	31	»
Gondar	Abissinia	*d*	55	9	12	36	»
Gottinga	Annover	*c*	27	36	51	32	»
Greenwich	Inghilterra	*d*	17	40	51	29	»
Kabul	Afganistan	*d*	86	40	34	53	»
Königsberga	Prussia	*d*	38	10	54	43	»

			Longitudine		Latitudine		
Ispahan	Persia	d	69°	24'	32°	40'	N
Lima	Perù	d	300	32	12	3	S
Lione	Francia	d	22	29	45	46	N
Lipsia	Sassonia	d	30	3	51	20	»
Liverpool	Inghilterra	d	14	40	53	25	»
Lisbona	Portogallo	d	8	31	38	42	»
Londra-S. Paolo	Inghilterra	d	17	31	51	31	»
Macao	China	a	132	28	22	13	»
Madras	Indostan	d	97	54	13	4	»
Madrid	Spagna	d	13	59	40	25	»
Manchester	Inghilterra	d	15	25	53	29	»
Marsiglia	Francia	d	23	2	43	17	»
Mecca	Arabia	d	57	51	21	21	
Messico	Messico	d	278	35	19	26	»
Monaco	Baviera	d	29	14	48	8	»
Montevideo	Uraguay	d	321	27	34	51	S
Mosca	Russia	d	55	14	55	45	N
Nuova York	Stati Uniti d'America	d	303	40	40	43	»
Nankin	China	d	136	27	32	5	»
Olmütz	Austria	c	34	57	49	36	»
Oxford	Inghilterra	c	16	21	51	46	»
Parigi-Osservatorio	Francia	c	20	0	48	50	»
Pechino	China	a	134	7	39	54	»
Pietroborgo	Russia	d	47	58	59	57	»
Praga	Austria	d	32	5	50	5	»
Quebec	Canadà	d	306	28	46	49	»
Quito	Equatore	d	298	55	0	14	S
Rio Janeiro	Brasile	d	334	36	22	54	»
Sant' Elena-Osservatorio	Oceano Atlantico	d	11	57	15	55	»
Santiago	Chilì	d	306	59	33	27	»
San Francisco	California	d	255	14	37	48	N
Sebastopoli	Russia	d	51	11	44	37	»
Spira	Baviera	c	26	6	49	19	»
Siam	Indie Orientali	a	118	30	14	21	»
Smirne	Turchia Asiatica	d	44	48	38	26	»
Strasborgo	Francia	d	25	25	48	35	»
Stoccolma	Svezia	d	35	44	59	21	»
Suez	Egitto	d	50	11	29	59	»
Tobolsch	Siberia	a	86	5	58	13	»
Tolone	Francia	d	23	35	43	7	»
Tunisi	Africa	d	27	51	36	17	»
Upsala	Svezia	c	35	17	59	52	»
Varsavia	Polonia	d	38	42	52	13	»
Vienna	Austria	d	34	2	48	13	»
Washington	Stati Uniti d'America	d	300	39	38	53	»
York	Inghilterra	a	16	35	53	58	»
Yeddo	Giappone	d	157	25	35	37	»

Tavola Bibliografica

ASTOLFI *Giovanni*	Costruzione geometrica dell' orologio solare sopra un piano qualunque — 2.ª edizione - Milano 1834.
BENEDICTUS *Johan. Baptista*.	De gnomonum umbrarumque solarium usu - Torino 1574.
BIANCARDI *Ingegnere Dionigi*	Metodo per costruire gli orologi solari a tempo medio - Lodi 1862.
BLAISE *M.*	La gnomonique ou' la science des cadrans - Paris 1746.
CLAVIUS *Christophorus* . .	Gnomonica - Roma 1590.
DESARGUES *Gérard*. . . .	La manière universelle pour poser l' essieu et placer les heures aux cadrans au Soleil - Paris 1643.
FOLLADOR *Giovanni* . . .	Costruzione degli orologi solari sopra piani orizzontali e verticali — trattato teorico pratico - Padova 1812.
GALLARATI *Ingegn. Emanuele*	Metodi per segnare il mezzogiorno sopra un piano verticale declinante — Memoria inserta nel Giornale dell' Ingegnere-Architetto del mese di Aprile 1862 - Milano.
HELFENSRIEDER *Giovanni*. .	Completa e distinta istruzione per costruire sopra piani orizzontali e verticali dei buoni orologi solari - Augusta 1790.
LALANNE *M.*	Le gnomonographe universel - Angers 1818.
LUCHINI *Domenico*	Trattenimenti matematici sugli orologi solari-Roma 1730.
MOLLET *J.h*	Gnomonique graphique et analytique - Paris 1820.
ODDI *Muzio*	Degli orologi solari - Urbino 1614.
OZANAM *M.*	La gnomonique - Paris 1746.
PINI *Valentino*	Fabbrica degli orologi solari - Venezia 1598.
PASI *Carlo*	Sopra un metodo di costruire le linee orarie - Pavia 1843.
SACCHI *Giuseppe*.	Gnomonica piana - Pavia 1846.
SANTINI *Giovanni*	Elementi di Astronomia - Padova 1830.
TERZI *Luigi*	Gnomonica grafica - Torino 1823.

Quando a Roma (cupola di S. Pietro) è mezzodì,

nei sotto esposti luoghi si avranno le ore seguenti

Luogo				
Acqui	ore	11	14	7
Alba (Piemonte)	»	11	42	21
Alessandria	»	11	44	45
Ancona	»	12	4	14
Aosta	»	11	39	33
Arezzo	»	11	57	46
Arona	»	11	44	42
Ascoli	»	12	4	31
Assisi	»	12	0	32
Asti	»	11	43	3
Avellino	»	12	9	22
Bari	»	12	17	40
Barletta	»	12	15	20
Belluno	»	11	59	4
Benevento	»	12	9	17
Bergamo	»	11	48	57
Biella	»	11	42	26
Bobbio	»	11	47	46
Bologna	»	11	55	36
Bormio	»	11	51	42
Brà	»	11	41	37
Brescia	»	11	51	6
Brindisi	»	12	22	3
Cagliari	»	11	46	42
Capua	»	12	7	2
Camerino (Perugia)	»	12	2	28
Campobasso	»	12	8	48
Casarsa	»	12	1	34
Casale (Monferrato)	»	11	43	57
Casalmaggiore	»	11	51	51
Caserta	»	12	7	29
Castel Bolognese	»	11	57	23
Catanzaro	»	12	16	33
Cavallermaggiore	»	11	41	0
Cecina	»	11	52	9
Ceprano	»	12	4	16
Cesena	»	11	59	11
Chiavari	»	11	47	32
Chiavenna		11	47	49
Chieti	»	12	6	51
Chioggia	»	11	59	18
Chiusi	»	11	57	59
Chivasso	»	11	41	46
Città di Castello	»	11	59	9
Civitavecchia	ore	11	57	8
Civitella del Tronto	»	12	4	52
Como	»	11	46	32
Cortona	»	11	57	36
Cosenza	»	12	15	18
Crema	»	11	48	58
Cremona	»	11	50	19
Cuneo	»	11	40	21
Domodossola	»	11	43	21
Edolo	»	11	51	32
Faenza	»	11	57	44
Falconara (Ancona)	»	12	3	46
Fano	»	12	2	17
Fermo	»	12	5	6
Ferrara	»	11	56	30
Ficulle	»	11	58	27
Firenze	»	11	55	13
Foggia	»	12	12	22
Foligno	»	12	1	0
Forlì	»	11	58	22
Forlimpopoli	»	11	58	41
Fossano	»	11	41	6
Gallarate	»	11	45	24
Gallipoli	»	12	22	5
Genova	»	11	45	49
Gioja	»	12	17	52
Gorizia	»	12	4	43
Grosseto	»	11	54	39
Guastalla	»	11	52	48
Imola	»	11	57	3
Intra	»	11	44	32
Isoletta (Ceprano)	»	12	4	21
Ivrea	»	11	41	57
Jesi	»	12	3	9
Lecce	»	12	22	52
Lecco	»	11	47	50
Legnago	»	11	55	26
Livorno (Toscana)	»	11	51	23
Lodi	»	11	48	12
Loreto	»	12	4	40
Lucca	»	11	52	15
Lugano	»	11	45	59
Lugo	»	11	57	51
Macerata	»	12	3	57

Maddaloni	ore	12	7	47	Rieti	ore	12
Mantova	»	11	57	34	Rimini	»	12
Massa Carrara . .	»	11	50	50	Rivoli	»	11
Massa Piombino . .	»	11	53	46	Roveredo	»	11
Massa Veronese . .	»	11	55	26	Rovigo	»	11
Messina	»	12	12	28	Sacile	»	12
Mestre	»	11	59	10	Salerno	»	12
Milano	»	11	46	57	Saluzzo	»	11
Modena	»	11	53	54	Sangermano (Napol.)	»	12
Moncalieri	»	11	40	56	Sansevero	»	12
Mondovì	»	11	41	30	Santhià	»	11
Monopoli	»	12	19	28	Sarzana	»	11
Moncenisio (Albergo)	»	11	37	56	Savigliano (Piemonte)	»	11
Montepulciano . .	»	11	57	19	Savona	»	11
Monza	»	11	47	18	Sesto-Calende . .	»	11
Mortara	»	11	45	11	Siena	»	11
Napoli	»	12	7	13	Sinigaglia . . .	»	12
Nizza Marittima . .	»	11	39	18	Sondrio	»	11
Nizza Monferrato .	»	11	43	39	Spezia	»	11
Novara	»	11	44	41	Spoleto	»	12
Novi	»	11	45	21	Stradella	»	11
Orbetello	»	11	55	2	Susa	»	11
Orvieto	»	11	58	39	Taranto	»	12
Osimo	»	12	4	9	Teramo	»	12
Otranto	»	12	24	13	Termoli	»	12
Padova	»	11	57	43	Terni	»	12
Palermo	»	12	3	36	Torino	»	11
Pallanza	»	11	44	26	Tortona	»	11
Parma	»	11	51	32	Trento	»	11
Pavia	»	11	46	49	Treviglio	»	11
Pesaro	»	12	1	43	Treviso	»	11
Peschiera	»	11	52	58	Trieste	»	12
Pescia	»	11	52	57	Udine	»	12
Perugia	»	11	59	45	Urbino	»	12
Piacenza	»	11	48	59	Valenza	»	11
Pietrasantà	»	11	51	8	Varallo	»	11
Pinerolo	»	11	39	32	Varese	»	11
Piombino	»	11	52	18	Velletri	»	12
Pisa	»	11	51	48	Venafro	»	12
Pistoja	»	11	53	52	Venezia	»	11
Ponte Corvo	»	12	4	57	Vercelli	»	11
Pontedecimo . . .	»	11	45	51	Vergato	»	11
Potenza	»	12	13	27	Verona	»	11
Prato (Firenze) . .	»	11	54	36	Viareggio	»	11
Racconigi	»	11	40	57	Vicenza	»	11
Ravenna	»	11	59	0	Vigevano	»	11
Recanati	»	12	8	25	Viterbo	»	11
Reggio (Calabria) .	»	12	12	52	Voghera	»	11
Reggio (Emilia) . .	»	11	52	42	Volterra	»	11
Rhò	»	11	46	12	Voltri	»	11

INDICE

Tavola I.

Fig.ª 7.ª

Tavola II.

Fig.ª 2.ª

Tavola III.

Fig.a 1.a

Fig.a 2.a

II

x

u

I

II

II

I

Tavola IV.

sestilare

meridiana

Tavola V.

ª 2.ª

c

o

d

n